



全国船舶标准化技术委员会指导性技术文件

CB*/Z 336—84

船舶推进轴系回旋振动计算方法

1984—10—15 发布

全国船舶标准化技术委员会 批准

船舶推进轴系回旋振动计算方法

1 总则

1.1 本标准适用于下列远洋和沿海运输船推进轴系：

- a. 大型低速柴油机推进轴系；
- b. 齿轮传动的推进轴系。

1.2 其他船舶的推进轴系回旋振动的计算方法亦可参照使用。

1.3 船舶推进轴系回旋振动计算应符合船舶规范的有关规定。

2 简单估算法

在轴系方案设计阶段，可按以下公式估算轴系回旋振动一阶固有频率和相应的各次临界转速。

2.1 不考虑螺旋桨陀螺效应的计算公式。

2.1.1 计算模型和结构要素处理

将实际轴系简化为一具有二支承的悬臂梁，二支承分别代表轴系尾端的最后二个轴承，并假定为刚性点支承。不考虑螺旋桨的陀螺力矩，但考虑轴段分布质量影响。如图 1 所示。考虑到螺旋桨的悬臂作用，离螺旋桨最近的轴承支承点 A_1 位置，一般应根据尾管（或舷外支承）材料与具体结构确定，当没有此数据时可取在离轴承衬后端面 $1/3 \sim 1/4$ 轴承衬长度处，另一轴承支承点 A_2 取轴承衬长度中点处。二支承点间距离 l_1 与悬臂长度 b 均为由轴段实际长度按当量直径转化后的当量长度。当量直径通常取螺旋桨轴的基本直径。当量长度计算公式如下：

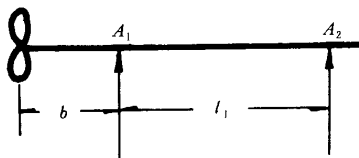


图 1

$$L_e = L \left(\frac{D_e}{D} \right)^4 \dots\dots\dots (1)$$

式中： D_e ——当量直径，cm；

D ——实际直径，cm；

L_e ——当量长度，cm；

L ——轴段实际长度，cm。

2.1.2 固有频率计算公式

$$F = 9.55 \sqrt{\frac{EI}{J_{dw} \left(b + \frac{l_1}{3} \right) + m_{pw} a^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l_1}{3} \right) + \mu \left(\frac{b^4}{8} + \frac{l_1 b^3}{9} + \frac{7 l_1^4}{360} \right)}} \dots\dots\dots (2)$$

式中: F ——固有频率, min^{-1} ;

E ——轴材料弹性模数, 对钢材取为 $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$;

I ——轴面积惯性矩, cm^4 ;

$$I = \frac{\pi}{64} D_e^4$$

D_e ——计算模型用当量直径, cm ;

J_{dw} ——螺旋桨径向转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

$$J_{dw} = 0.8 J_p$$

J_p ——在空气中的螺旋桨极转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

m_{pw} ——螺旋桨质量, 应包含30%附水质量, $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$;

$$m_{pw} = 1.30 \frac{W}{g}$$

W ——螺旋桨的质量, kg ;

g ——重力加速度, 取 $980, \text{cm/s}^2$;

a ——螺旋桨到支承点 A_1 的实际距离, cm ;

μ ——轴单位长度质量, $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$;

$$\mu = \frac{\pi}{4g} D_e^2 \cdot \gamma = 6.29 \times 10^{-6} D_e^2$$

r ——钢的重度, 取 $0.00785, \text{kg/cm}^3$;

b, l_1 如图1所示。

2.1.3 临界转速计算公式

一次临界转速 n_1 :

$$n_1 = F \quad \text{r/min}$$

叶片次临界转速 n_B :

$$n_B = \frac{F}{B} \quad \text{r/min}$$

式中: B ——螺旋桨叶片数。

2.2 考虑陀螺效应的计算公式

2.2.1 计算模型和结构要素处理

同2.1.1款, 但考虑螺旋桨陀螺力矩。

2.2.2 固有频率计算公式

$$F_h = 9.55 \sqrt{\frac{2}{Q_2 \pm \sqrt{Q_2^2 - Q_1 Q_3}}} \dots\dots\dots (3)$$

如根号内分母取“+”号, 则得一阶固有频率, 如取“-”号, 则得二阶固有频率。

式中: $Q_1 = \delta_w \cdot \phi_M - \delta_M \cdot \phi_w$;

$$Q_2 = m_e \delta_w + G \phi_M$$

$$Q_3 = 4 m_e G$$

$$m_e = m_{pw} + 0.38 m_s, \text{ kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm};$$

m_s ——轴质量, $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$;

$$\delta_w = \frac{b^2}{3EI} (b + l_1), \text{ 螺旋桨处作用单位力时产生的挠度, cm/kgf};$$

$$\phi_w = \delta_M = \frac{b}{EI} \left(\frac{b}{2} + \frac{l_1}{3} \right), \text{ 螺旋桨处作用单位力〔或单位力矩〕时产生的转角〔或挠度〕,}$$

$$1/\text{kgf} [\text{cm}/(\text{kgf} \cdot \text{cm})];$$

$\phi_M = \frac{1}{EI} \left(b + \frac{l_1}{3} \right)$, 螺旋桨处作用单位力矩时产生的转角, $1/(\text{kgf} \cdot \text{cm})$;

$G = (1 - jh)J_{dw}$;

$j = J_{pw}/J_{dw}$;

$J_{pw} = 1.30J_p$, 考虑附水效应的极转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

$h = \frac{\omega}{\Omega}$ 频率比;

ω ——轴旋转角速度, s^{-1} ;

Ω ——回旋振动角速度, s^{-1} ;

E 、 I 、 m_{pw} 、 J_{dw} 、 b 、 l_1 等与式 (2) 相同。

式 (3) 右端 Q_3 中包含因子 G , G 的大小取决于频率比 h , 计算时, 预先选取 h 值 (一般取 $h = \pm 1$ 、 $\pm 1/B$ 即可) 即可计算 Ω 。

h 为正时, 回旋振动的方向与轴旋转方向相同, 称为正回旋。 $h = 1$ 时称一次正回旋。 $h = 1/B$ 时称叶片次正回旋。

h 为负时, 回旋振动的方向与轴旋转方向相反, 称为逆回旋。 $h = -1$ 时称一次逆回旋。 $h = -1/B$ 时称叶片次逆回旋。

2.2.3 临界转速计算公式

一阶一次正、逆回旋临界转速 ($n_{h=\pm 1}$):

$$n_{h=\pm 1} = F_{h=\pm 1} \quad \text{r/min} \quad (4)$$

一阶叶片次正、逆回旋临界转速 ($n_{h=\pm \frac{1}{B}}$):

$$n_{h=\pm \frac{1}{B}} = \frac{F_{h=\pm \frac{1}{B}}}{B} \quad \text{r/min} \quad (5)$$

3 精确算法

3.1 推进轴系自螺旋桨轴尾端算起, 至柴油机飞轮、或传动齿轮箱大齿轮端首端、或弹性联轴节从动部为止。

3.2 螺旋桨按均质薄圆盘处理。其质量及转动惯量作为集中参数, 并按下述公式考虑附水影响:

$$m_{pw} = \beta_m m_p \quad (6)$$

式中: m_{pw} ——回旋振动计算时用的螺旋桨质量, $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$;

m_p ——螺旋桨质量, $\text{kg} \cdot \text{s}^2/\text{cm}$;

β_m ——质量附水系数, 一般为 1.10~1.30, 无特别指明时可取为 1.15。

$$J_{pw} = \beta_p J_p \quad (7)$$

式中: J_{pw} ——回旋振动计算时用螺旋桨极转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

J_p ——螺旋桨在空气中的极转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

β_p ——极转动惯量附水系数, 一般为 1.25~1.30。

$$J_{dw} = \beta_d J_d \quad (8)$$

式中: J_{dw} ——回旋振动计算时用的螺旋桨径向转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

J_d ——螺旋桨在空气中的径向转动惯量, $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;

β_d ——径向转动惯量附水系数, 一般为 1.50~1.60。

3.3 螺旋桨质量与转动惯量的作用点取螺旋桨重心与螺旋桨轴的垂直交点。

3.4 螺旋桨轴、尾轴、中间轴、推力轴及传动齿轮箱大齿轮轴按分布系统处理 (亦可按集中系统处理)。为保证自由振动振型曲线的正确绘制, 轴段元件应适当细分。

3.5 轴系全部轴承按弹性铰支点支承处理。

3.5.1 考虑到螺旋桨悬臂作用离螺旋桨最近的轴承支承点位置, 一般应根据尾管 (或舷外支承) 材

料与具体结构确定, 当没有此数据时, 可按下式选取:

铁梨木轴承:

$$S = \left(\frac{1}{4} \sim \frac{1}{3}\right) l \dots\dots\dots (9)$$

白合金轴承:

$$S = \left(\frac{1}{7} \sim \frac{1}{3}\right) l \dots\dots\dots (10)$$

式中: S ——支承点距轴承衬后端面的距离, cm;

l ——轴承衬长度, cm。

3.5.2 其余轴承支承点位置, 均取沿轴承衬长度的中点。

3.6 轴承油膜刚度、轴承座刚度、船体刚度、轴承座参振质量、船体参振质量均按集中参数处理, 可根据理论计算或实测确定。当上述支承参数无法确定时, 可按经验用等效线性弹簧代替。等效线性弹簧刚度 K_{eq} 视具体情况按下式选取:

$$K_{eq} = (0.5 \sim 2.0) 10^6 \text{ kgf/cm}; \dots\dots\dots (11)$$

3.7 轴系首端边界条件按不同情况选取如下:

首端元件为飞轮时取为固定端;

首端元件为大齿轮时取为刚性铰支端;

首端元件为高弹性联轴节时取为自由端。

3.8 计算模型

如图 2 所示。这是一个带有若干集中参数元件的分布系统。

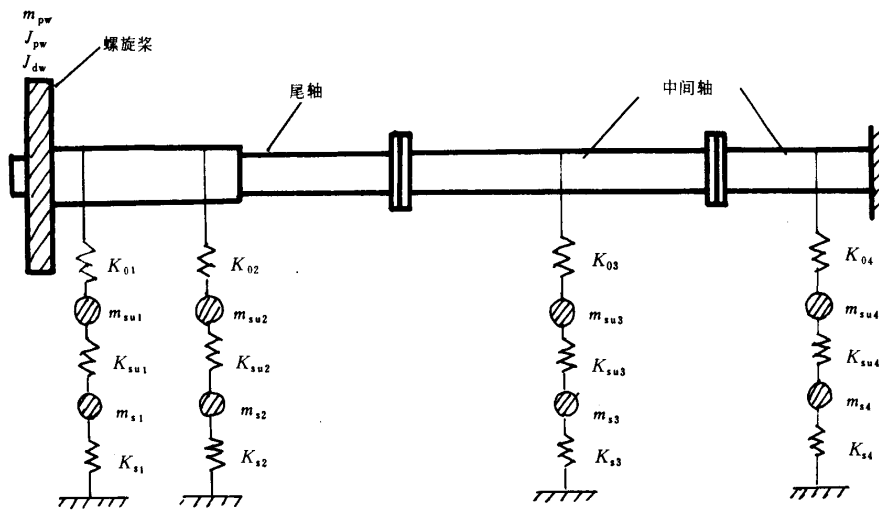


图 2

图中符号说明如下:

K_{oi} ——轴承油膜刚度;

K_{sui} ——轴承座刚度;

K_{si} ——船体刚度;

m_{sui} ——轴承座参振质量;

m_{si} ——船体参振质量, ($i = 1, 2, \dots\dots$)。

4 精确计算内容

正回旋与逆回旋固有频率；

临界转速；

与固有频率相对应的轴系各截面（通常包含轴承支承点处轴截面）的状态参数。

4.1 对于本标准所适用的船舶推进轴系，一般只需计算一阶正回旋与一阶逆回旋固有频率。对于某些特种船舶轴系，则可能要计算二阶甚至二阶以上固有频率。

4.2 轴系回旋振动固有频率是随转速不同而变化的。一般并不要求出全部转速下所有固有频率，只要计算等于轴频 ω 与叶频 $B\omega$ 的有限几个固有频率，如图3所示。

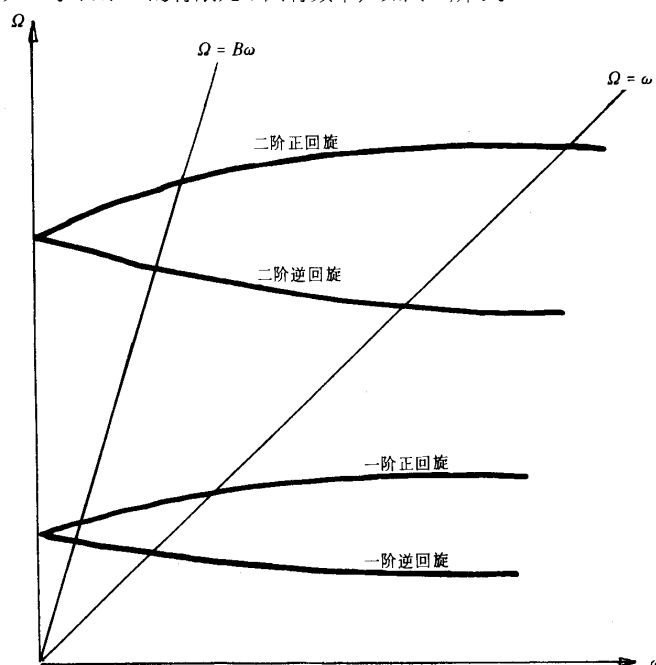


图3 螺旋桨旋转角速度与回转振动角频率的关系（水平、垂直方向的支承刚度相同时）

ω —螺旋桨旋转角速度（轴频）； Ω —回旋振动固有圆频率； B —螺旋桨叶片数

4.3 由于轴系校中不良致使尾管前轴承脱空将对轴系回旋振动产生较大影响，且总是使振动固有频率降低。为了估计影响的严重程度，亦可根据需要另行计算尾管前轴承脱空时轴系回旋振动固有频率。

5 精确计算方法—传递矩阵法

5.1 计算模型各支与元件的编号，按以下原则处理。支的编号从分支开始，以尾管后轴承支为第一支，依次向前。主支编号最后。

元件编号按支编号的顺序，分支从固定端算起，主支从螺旋桨轴尾端算起。

5.2 元件类型，状态矢量

5.2.1 计算模型包含两类两端元件与一种三端元件。第一类两端元件包括：均质薄圆盘元件（螺旋桨），均质轴段元件（螺旋桨轴、尾轴、中间轴、推力轴）。第二类两端元件包括：集中质量元件（轴承参振质量、船体参振质量），线性弹簧元件（油膜弹性、轴承弹性、船体弹性）。三端元件为支承伪元件。

5.2.2 各种元件端面（点）在振动时的特性可用状态矢量表示。状态矢量由相互依赖的位移（角位移）幅值与力（力矩）幅值构成。

5.2.2.1 第一类两端元件和三端元件的状态矢量的定义为：

$$Z = \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (12)$$

式中：Z——元件的状态矢量；

y——挠度幅值；

θ ——转角幅值；

M——弯矩幅值；

Q——剪力幅值。

5.2.2.2 第二类两端元件的状态矢量的定义为：

$$Z = \begin{Bmatrix} y \\ F \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (13)$$

式中：Z——元件的状态矢量；

y——位移幅值；

F——力幅值。

5.2.3 状态矢量中位移、转角、力、弯矩符号的约定

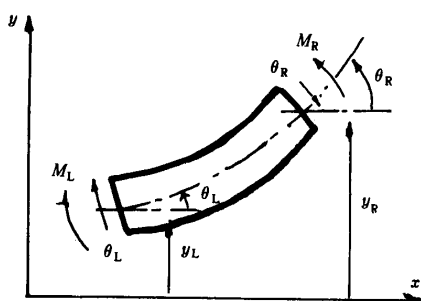


图 4

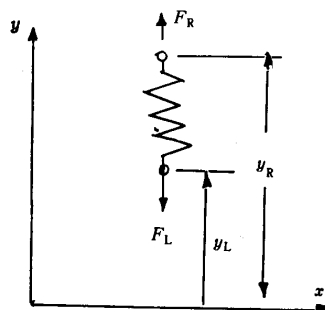


图 5

5.2.3.1 第一类两端元件中，挠度y向上为正；元件左端截面上弯矩顺时针方向为正、剪力向上为正、转角自平衡位置算起逆时针方向为正；元件右端截面上弯矩逆时针方向为正、剪力向下为正、转角自平衡位置算起逆时针方向为正。如图4所示。

5.2.3.2 第二类两端元件中，位移向上为正；元件上端点力向上为正；元件下端点力向下为正，如图5所示。

5.3 元件的传递矩阵

5.3.1 集中质量元件的传递矩阵 T_m

$$T_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -m\Omega^2 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

式中：m——元件质量；

Ω ——回旋振动的角频率。

5.3.2 弹簧元件的传递矩阵 T_K

$$T_K = \begin{bmatrix} 1 & 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

5.3.3 均质薄圆盘元件（螺旋桨）的传递矩阵 T_p

$$T_p = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & (jh-1)J_{dw}\Omega^2 & 1 & 0 \\ m_{pw}\Omega^2 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

式中： m_{pw} ——考虑附水影响后螺旋桨的质量；

$$j = J_{pw} / J_{dw} ;$$

J_{pw} ——考虑附水影响后螺旋桨的极转动惯量；

J_{dw} ——考虑附水影响后螺旋桨的径向转动惯量；

$$h = \omega / \Omega ;$$

ω ——推进轴系的旋转角速度；

Ω ——轴系回旋振动角频率。

5.3.4 均质轴段元件的传递矩阵 T_s

$$T_s = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} & T_{14} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} & T_{24} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} & T_{34} \\ T_{41} & T_{42} & T_{43} & T_{44} \end{pmatrix} \dots\dots\dots (17)$$

当忽略轴段的陀螺效应、剪切变形以及推力影响时，传递矩阵 T_s 中各元素为：

$$T_{11} = T_{22} = T_{33} = T_{44} = C_0$$

$$T_{12} = T_{34} = C_1$$

$$T_{13} = T_{24} = C_2 / EI_d$$

$$T_{14} = C_3 / EI_d$$

$$T_{21} = T_{43} = PC_3$$

$$T_{23} = C_1 / EI_d$$

$$T_{31} = T_{42} = EI_d PC_2$$

$$T_{32} = EI_d PC_3$$

$$T_{41} = EI_d PC_1$$

$$C_0 = \frac{1}{2} (chkl + \cos kl)$$

$$C_1 = \frac{1}{2K} (shkl + \sin kl)$$

$$C_2 = \frac{1}{2K^2} (chkl - \cos kl)$$

$$C_3 = \frac{1}{2K^3} (shkl - \sin kl)$$

$$P = \rho A \Omega^2 / EI_d$$

$$k = \sqrt[4]{P}$$

式中： ρ ——轴段单位体积质量；

A ——轴段的横截面积；

E ——材料弹性模数；

I_d ——轴段截面径向惯性矩；

l ——轴段长度。

5.3.5 支承伪元件的传递矩阵 T_{su}

支承伪元件为一无质量、无弹性的元件，其左右端与均质轴段元件相连，第三端（下端）与由油

膜刚度、轴承座与船体参振质量、轴承座与船体刚度等集中参数元件组成的分支相连。其传递矩阵 T_{su} 为:

$$T_{su} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -K_e & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (18)$$

式中: K_e ——支承分支的等效线性弹簧刚度。

5.3.5.1 支承分支等效线性弹簧刚度的计算

当油膜刚度、轴承座与船体刚度、轴承座与船体参振质量已由理论计算或实测求出, 则等效线性弹簧刚度可按下述步骤计算:

a. 计算该分支的积累传递矩阵 TR_B

$$TR_B = T_m T_{m-1} \dots\dots T_{n+1} \cdot T_n \dots\dots\dots (19)$$

式中: TR_B ——支承分支的积累传递矩阵;

T_i ——支承分支第 i 元件的传递矩阵 ($i = n, n+1, \dots, m-1, m$) 下标 n 为该分支始端元件编号, m 为该分支末端元件编号。

分支积累传递矩阵 TR 之展开式为:

$$TR = \begin{bmatrix} TR_{11} & TR_{12} \\ TR_{21} & TR_{22} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (20)$$

b. 计算等效线性弹簧刚度 K_e

$$K_e = \frac{TR_{22}}{TR_{12}} \quad (TR_{12} \neq 0) \dots\dots\dots (21)$$

5.4 固有频率计算

5.4.1 频率方程

主支末端元件 (编号为 NE) 右端状态矢量 Z_{NE}^R 与始端元件 (编号为 i) 左端地态矢量 Z_i^L 之间的传递方程为:

$$Z_{NE}^R = TR_m \cdot Z_i^L \dots\dots\dots (22)$$

式中: TR_m ——主支的积累传递矩阵, 等于主支各元件传递矩阵按编号顺序依次前乘之积。

其展开式为:

$$\begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}^R = \begin{bmatrix} TR_{11} & TR_{12} & TR_{13} & TR_{14} \\ TR_{21} & TR_{22} & TR_{23} & TR_{24} \\ TR_{31} & TR_{32} & TR_{33} & TR_{34} \\ TR_{41} & TR_{42} & TR_{43} & TR_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{Bmatrix}_i^L \dots\dots\dots (23)$$

主支末端为固定端时的频率方程:

$$\begin{vmatrix} T_{11} & TR_{12} \\ T_{21} & TR_{22} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (24)$$

主支末端为自由端时的频率方程:

$$\begin{vmatrix} TR_{31} & TR_{32} \\ TR_{41} & TR_{42} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

主支末端为刚性铰支时的频率方程:

$$\begin{vmatrix} TR_{11} & TR_{12} \\ TR_{31} & TR_{32} \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

5.4.2 试算法求固有频率

a. 首先对频率方程中的频率比 h ($= \omega/\Omega$) 赋值, 确定求取固有频率的次数;

b. 给出一系列试算频率 $\Delta\Omega_0, \Omega_0 + \Delta\Omega, \Omega_0 + 2\Delta\Omega, \dots$, 其中 Ω_0 为试算频率的值, $\Delta\Omega$ 为步长;

c. 对每一试算频率, 首先计算各支承分支的等效线性弹簧刚度, 然后求得主支的积累传递矩阵, 并算出频率多项式的剩余值 **RES**。当两个试算频率得到的频率方程剩余值异号时, 该两试算频率间频段上存在固有频率, 可用插值法或其他方法搜索求根;

d. 当连续两个试算频率之差小于或等于 10^{-3} 以及当频率多项式的剩余值小于 10^{-3} 时, 则将最后一个试算频率作为所求的固有频率。

5.4.3 求出固有频率后, 令主支始端元件左端挠度为 1 cm, 逐步计算出各元件端面的状态参数, 画出振型图。

5.4.4 临界转速

按下式计算临界转速 n_h 。

$$n_h = 9.55 \sqrt{h} \Omega \text{ r/min} \dots\dots\dots (27)$$

式中: h ——计算固有频率时采用的频率比;

Ω ——计算求得的固有角频率。

6 回旋振动的评定

6.1 以临界转速作为评定轴系回旋振动的依据。

6.2 在轴系设计中, 建议在 $(0.6 \sim 1.2) n_e$ 范围内避免出现一次临界转速, 在 $(0.8 \sim 1.0) n_e$ 范围内避免出现叶片次临界转速 (n_e 为额定转速)。

附 录 A

船舶推进轴系回旋振动固有频率简单估算法计算实例
(补充件)

A.1 轴系主要参数

尾轴直径×长度: $49.8 \times 705.0 \text{ cm}$;
中间轴直径×长度: $39.0 \times 650.0 \text{ cm}$;
支承轴承数: 3;
尾管轴承材料: 白合金;
螺旋桨重量: 10500 kg ;
螺旋桨极转动惯量: $12.97 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$;
螺旋桨叶数: 4;
额定转速: 150 r/min ;
无舷外支承。

A.2 轴系布置图

如图 A 1 所示。

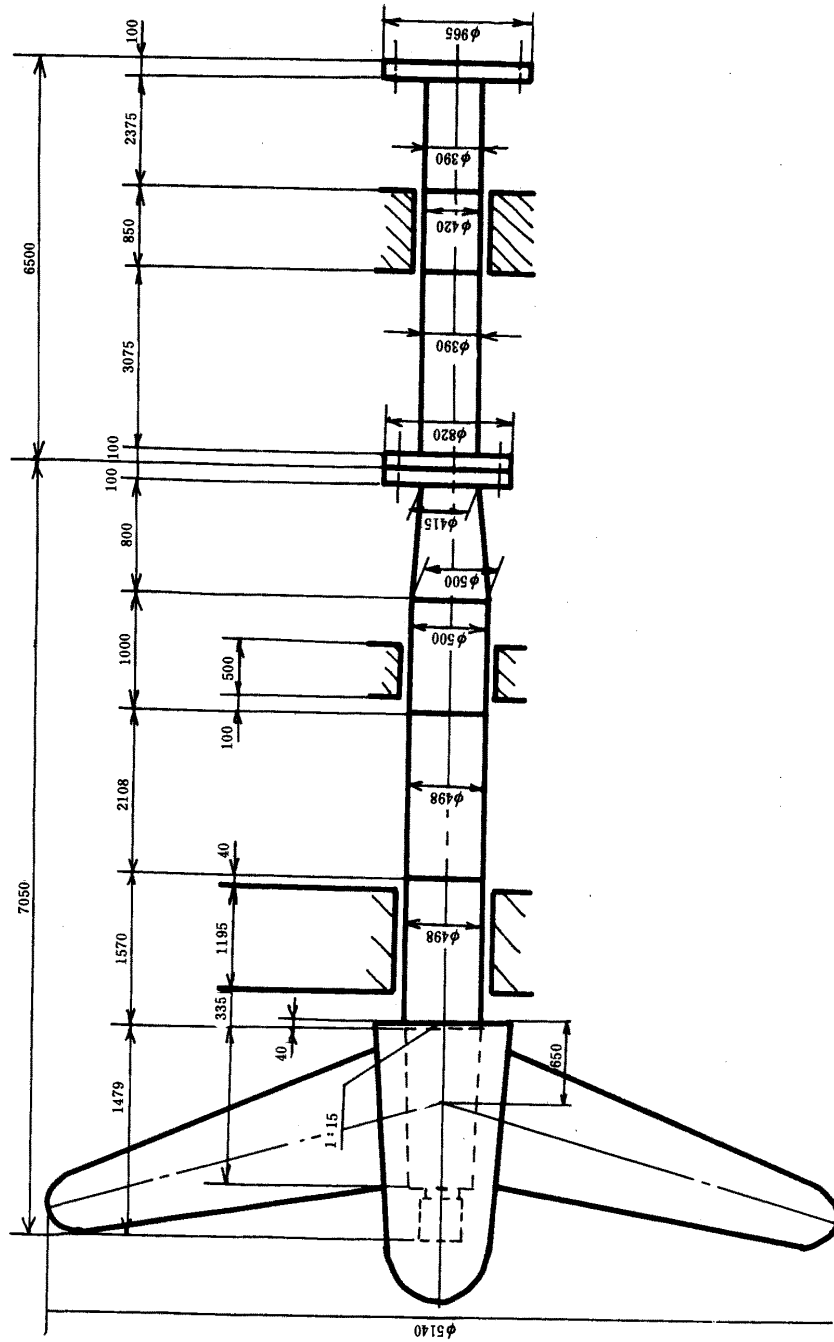


图 A1 轴系布置图

A.3 计算用数据的选取

尾管后轴承支承点到轴承衬后端面距离 S 取轴承衬长度 (119.5cm) 的 1/4, 即 29.9cm。

当量长度计算中, 以尾轴直径 49.8cm 为当量直径。

A.4 计算模型**A.4.1 螺旋桨悬臂当量长度 b**

螺旋桨悬臂实际长度 $a = 61.0 + 33.5 + 29.9 = 124.4\text{cm}$ 。

尾轴后端锥形部分大端直径为 49.8cm, 小端直径为 45.7cm, 平均直径为 47.8cm, 实际长度为 61.0cm, 故其当量长度 L_1 为:

$$L_1 = 61 \times (49.8/47.8)^4 = 71.9\text{cm}$$

故悬臂长度 b 为:

$$b = 71.9 + 33.5 + 29.9 = 135.3\text{cm}$$

A.4.2 支承点间当量长度 l_1

尾轴前轴承处轴径为 50.0cm, 长度为 35.0cm, 故其当量长度 L_2 为:

$$L_2 = 35 \times (49.8/50)^4 = 34.4\text{cm}$$

故当量长度 l_1 为:

$$l_1 = 89.6 + 4.0 + 210.8 + 34.4 = 338.8\text{cm}$$

A.4.3 计算模型

如图 A 2 所示。

当量直径 $\phi 49.8\text{cm}$

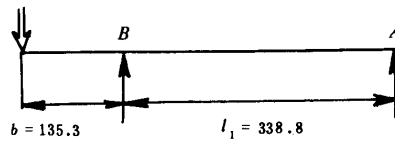


图 A2

A.5 不考虑螺旋桨陀螺效应

按公式 (2) 计算固有频率, 有关参数先计算如下:

$$\text{当量轴面积惯性矩 } I = \frac{\pi D^4}{64} = 30.2 \times 10^4 \text{cm}^4$$

$$\text{螺旋桨质量 } m_{pw} = 1.3 \times m_p = 13.9 \text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}$$

$$\text{螺旋桨径向转动惯量 } J_{dw} = 0.8 J_p = 10.38 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$$

$$\text{轴单位长度质量 } \mu = \frac{\pi}{4} \frac{D_e^2}{g} \gamma = 0.0156 \text{kg} \cdot \text{s}^2 / \text{cm}^2$$

$$J_{dw} \left(b + \frac{l_1}{3} \right) = 2577 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^2$$

$$m_{pw} a^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l_1}{3} \right) = 3884 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^2$$

$$\mu \left(\frac{b^4}{8} + \frac{l_1 b^3}{9} + \frac{7 l_1^4}{360} \right) = 610 \times 10^4 \text{kg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^2$$

将上述数值代入式 (2), 固有频率 F 为:

$$F = 9.55 \sqrt{\frac{EI}{J_{dw} \left(b + \frac{l_1}{3} \right) + m_{pw} a^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l_1}{3} \right) + \mu \left(\frac{b^4}{8} + \frac{l_1 b^3}{9} + \frac{7 l_1^4}{360} \right)}}$$

$$= 904 \text{ min}^{-1}$$

叶片次临界转速 $n_{1/4}$ 为:

$$n_{1/4} = \frac{1}{4} \cdot F = 226 \text{ min}^{-1}$$

A.6 考虑螺旋桨陀螺效应

计算模型如图 A 2 所示, 有关数据在 A.5 中已经列出, 此处不再赘述。从 A.5 计算结果可以看出, 轴系一次回旋振动临界转速很高, 与轴系额定转速相差甚远, 可不再计算。

公式 (3) 中有关数据计算如下:

$$\delta_w = \frac{b^2}{3EI} (b + l_1) = 4.56 \times 10^{-6}$$

$$\phi_w = \delta_M = \frac{b}{EI} \left(\frac{b}{2} + \frac{l_1}{3} \right) = 3.85 \times 10^{-8}$$

$$\phi_M = \frac{1}{EI} \left(b + \frac{l_1}{3} \right) = 3.914 \times 10^{-10}$$

$$Q_1 = \delta_w \phi_M - \delta_M \phi_w = 3.025 \times 10^{-16}$$

$$m_s = \mu (b + l_1) = 7.4$$

$$m_e = m_{pw} + 0.38 m_s = 16.7$$

$$j = \frac{J_{pw}}{J_{dw}} = 1.625$$

$$h = \frac{1}{4} \text{ 时,}$$

$$G = (1 - jh) J_{dw} = 6.16 \times 10^4$$

$$Q_2 = m_e \delta_w + G \phi_M = 100.26 \times 10^{-6}$$

$$Q_3 = 4 m_e G = 4.11 \times 10^6$$

于是一阶四次正回旋振动固有频率为:

$$F_{1/4} = 9.55 \sqrt{\frac{2}{Q_2 + \sqrt{Q_2^2 - Q_1 Q_3}}} = 969 \text{ min}^{-1}$$

其相应的临界转速为:

$$n_{1/4} = \frac{1}{4} \cdot F_{1/4} = 242 \text{ min}^{-1}$$

$$h = -\frac{1}{4} \text{ 时,}$$

$$G = (1 - jh) J_{dw} = 14.59 \times 10^4$$

$$Q_2 = m_e \delta_w + G \phi_M = 133.26 \times 10^{-6}$$

$$Q_3 = 4 m_e G = 9.75 \times 10^6$$

于是一阶四次逆回旋振动固有频率为:

$$F_{-1/4} = 9.55 \sqrt{\frac{2}{Q_2 + \sqrt{Q_2^2 - Q_1 Q_3}}} = 846 \text{ min}^{-1}$$

其相应的临界转速为:

$$F_{-1/4} = \frac{1}{4} \cdot F_{-1/4} = 211 \text{ min}^{-1}$$

附录 B

船舶推进轴系回旋振动固有频率精确算法计算实例
(补充件)

B.1 本计算实例采用的推进轴系与附录 A 相同。轴系主要参数见 A.1。轴系布置图见图 A 1。

B.2 轴系计算模型与元件的划分

本轴系共有四个支，第一、二、三支为支承分支，第四支为主支。划分为 40 个元件，在本例计算中曾将轴系最多划分为 133 个元件，计算结果相差很小。考虑到振型图的绘制，适当细分是必要的。本例 40 个元件说明如下：

- a. 三个轴承用三个等效弹簧代替，弹簧元件编号为 1，2，3。
- b. 螺旋桨作为均质刚性圆盘元件，编号为 4。
- c. 尾轴与中间轴按自然分段，但适当细分，共计 36 个元件，编号为 5 ~ 40，其中第 7、15、33 号元件为支承伪元件，伪元件是三端元件，其质量长度均为零。

计算模型与元件划分如图 B 1 所示。

B.3 计算用数据的选取

螺旋桨质量附水系数 β_m 取为 1.15。

螺旋桨极转动惯量附水系数 β_p 取为 1.30。

螺旋桨径向转动惯量附水系数 β_d 取为 1.60。

尾管后轴承支承点距轴承衬后端面的距离为轴承衬长度的 1/5，其余轴承支承点位置取轴承衬中央。

尾管后轴承等效弹簧刚度取为 $0.5 \times 10^6 \text{ kg/cm}$ ，尾管前轴承与中间轴承等效弹簧刚度取为 $1 \times 10^6 \text{ kg/cm}$ 。

B.4 固有频率计算

一阶固有频率计算结果如表 B 1 所示。

频率比 ω/Ω	尾管前轴承正常工作	尾管前轴承脱空
1	1050.18	766.02
1/4	902.37	660.94
0	856.41	
-1/4	814.08	602.75
-1	709.71	534.10

我们看到，当尾管前轴承脱空时，固有频率将急剧下降，叶片次临界转速将可能下降到运转转速范围以内（如表 B 2 所示）。

B.5 临界转速计算

计算结果如表 B 2 所示。

表 B2

频 率 比 ω/Ω	尾管前轴承正常工作	尾管前轴承脱空
1	1050.18	766.02
1/4	225.59	165.24
- 1/4	203.52	150.69
1	709.71	534.10

B.6 轴系元件各端面状态参数计算

表B3、表B4数据系尾管前轴承正常工作时，一阶叶片正逆回旋振动时轴系各元件端面的状态矢量（计算结果取有效数字六位）。

表 B3 一阶叶片次正回旋振动时元件端面状态参数

序 号	端面编号	挠 度	转 角	弯 矩	剪 力
1	7	+ 0.100000 ¹⁰ + 01	- 0.623134 ¹⁰ - 02	+ 0.000000 ¹⁰ + 00	+ 0.000000 ¹⁰ + 00
2	8	+ 0.100000 ¹⁰ + 01	- 0.623134 ¹⁰ - 02	+ 0.342902 ¹⁰ + 07	+ 0.109225 ¹⁰ + 06
3	9	+ 0.631801 ¹⁰ + 00	- 0.557322 ¹⁰ - 02	+ 0.103214 ¹⁰ + 08	+ 0.116085 ¹⁰ + 06
4	10	+ 0.339832 ¹⁰ + 00	- 0.433324 ¹⁰ - 02	+ 0.171072 ¹⁰ + 08	+ 0.119836 ¹⁰ + 06
5	11	+ 0.339832 ¹⁰ + 00	- 0.433324 ¹⁰ - 02	+ 0.171072 ¹⁰ + 08	- 0.500798 ¹⁰ + 05
6	12	+ 0.149879 ¹⁰ + 00	- 0.302744 ¹⁰ - 02	+ 0.145367 ¹⁰ + 08	- 0.484270 ¹⁰ + 05
7	13	+ 0.227414 ¹⁰ - 01	- 0.193124 ¹⁰ - 02	+ 0.120203 ¹⁰ + 08	- 0.479093 ¹⁰ + 05
8	14	- 0.527945 ¹⁰ - 01	- 0.103706 ¹⁰ - 02	+ 0.949331 ¹⁰ + 07	- 0.481112 ¹⁰ + 05
9	15	- 0.867392 ¹⁰ - 01	- 0.353723 ¹⁰ - 03	+ 0.694379 ¹⁰ + 07	- 0.486935 ¹⁰ + 05
10	16	- 0.902561 ¹⁰ - 01	+ 0.116285 ¹⁰ - 03	+ 0.435922 ¹⁰ + 07	- 0.493914 ¹⁰ + 05
11	17	- 0.746663 ¹⁰ - 01	+ 0.369951 ¹⁰ - 03	+ 0.173880 ¹⁰ + 07	- 0.500229 ¹⁰ + 05
12	18	- 0.526844 ¹⁰ - 01	+ 0.407509 ¹⁰ - 03	- 0.774661 ¹⁰ + 06	- 0.504738 ¹⁰ + 05
13	19	- 0.526844 ¹⁰ - 01	+ 0.407509 ¹⁰ - 03	- 0.774661 ¹⁰ + 06	+ 0.221060 ¹⁰ + 04
14	20	- 0.338140 ¹⁰ - 01	+ 0.351456 ¹⁰ - 03	- 0.672336 ¹⁰ + 06	+ 0.191247 ¹⁰ + 04
15	21	- 0.303666 ¹⁰ - 01	+ 0.340720 ¹⁰ - 03	- 0.653468 ¹⁰ + 06	+ 0.186911 ¹⁰ + 04
16	22	- 0.270302 ¹⁰ - 01	+ 0.329341 ¹⁰ - 03	- 0.634996 ¹⁰ + 06	+ 0.183214 ¹⁰ + 04
17	23	- 0.238115 ¹⁰ - 01	+ 0.317252 ¹⁰ - 03	- 0.616862 ¹⁰ + 06	+ 0.180100 ¹⁰ + 04
18	24	- 0.207180 ¹⁰ - 01	+ 0.304396 ¹⁰ - 03	- 0.599008 ¹⁰ + 06	+ 0.177512 ¹⁰ + 04
19	25	- 0.177577 ¹⁰ - 01	+ 0.290704 ¹⁰ - 03	- 0.581386 ¹⁰ + 06	+ 0.175400 ¹⁰ + 04
20	26	- 0.149394 ¹⁰ - 01	+ 0.276110 ¹⁰ - 03	- 0.563951 ¹⁰ + 06	+ 0.173712 ¹⁰ + 04
21	27	- 0.122729 ¹⁰ - 01	+ 0.260484 ¹⁰ - 03	- 0.546662 ¹⁰ + 06	+ 0.172403 ¹⁰ + 04
22	28	- 0.976891 ¹⁰ - 02	+ 0.243758 ¹⁰ - 03	- 0.529485 ¹⁰ + 06	+ 0.171428 ¹⁰ + 04
23	29	- 0.492463 ¹⁰ - 02	+ 0.241557 ¹⁰ - 03	- 0.496198 ¹⁰ + 06	+ 0.165896 ¹⁰ + 04
24	30	+ 0.478217 ¹⁰ - 02	+ 0.144050 ¹⁰ - 03	- 0.411171 ¹⁰ + 06	+ 0.166732 ¹⁰ + 04
25	31	+ 0.996018 ¹⁰ - 02	+ 0.649296 ¹⁰ - 04	- 0.324819 ¹⁰ + 06	+ 0.170663 ¹⁰ + 04
26	32	+ 0.115602 ¹⁰ - 01	+ 0.461612 ¹⁰ - 05	- 0.236033 ¹⁰ + 06	+ 0.175111 ¹⁰ + 04
27	33	+ 0.105600 ¹⁰ - 01	- 0.363227 ¹⁰ - 04	- 0.144508 ¹⁰ + 06	+ 0.181118 ¹⁰ + 04
28	34	+ 0.796775 ¹⁰ - 02	- 0.573181 ¹⁰ - 04	- 0.505252 ¹⁰ + 05	+ 0.185362 ¹⁰ + 04
29	35	+ 0.481861 ¹⁰ - 02	- 0.579079 ¹⁰ - 04	+ 0.452770 ¹⁰ + 05	+ 0.188167 ¹⁰ + 04
30	36	+ 0.248179 ¹⁰ - 02	- 0.465930 ¹⁰ - 04	+ 0.125609 ¹⁰ + 06	+ 0.189608 ¹⁰ + 04
31	37	+ 0.248179 ¹⁰ - 02	- 0.465930 ¹⁰ - 04	+ 0.125609 ¹⁰ + 06	- 0.585710 ¹⁰ + 03
32	38	+ 0.856132 ¹⁰ - 03	- 0.315921 ¹⁰ - 04	+ 0.100870 ¹⁰ + 06	- 0.579958 ¹⁰ + 03
33	39	- 0.179545 ¹⁰ - 03	- 0.142429 ¹⁰ - 04	+ 0.733364 ¹⁰ + 05	- 0.580080 ¹⁰ + 03
34	40	- 0.520366 ¹⁰ - 03	- 0.238329 ¹⁰ - 05	+ 0.457277 ¹⁰ + 05	- 0.582526 ¹⁰ + 03
35	41	- 0.431517 ¹⁰ - 03	+ 0.396466 ¹⁰ - 05	+ 0.179933 ¹⁰ + 05	- 0.585005 ¹⁰ + 03
36	42	- 0.169400 ¹⁰ - 03	+ 0.477830 ¹⁰ - 05	- 0.983393 ¹⁰ + 04	- 0.586293 ¹⁰ + 03
37	43	- 0.131502 ¹⁰ - 05	+ 0.454892 ¹⁰ - 07	- 0.376884 ¹⁰ + 05	- 0.586231 ¹⁰ + 03
38	44	+ 0.186264 ¹⁰ - 08	+ 0.291038 ¹⁰ - 10	- 0.435509 ¹⁰ + 05	- 0.586231 ¹⁰ + 03

表 B4 一阶叶片次逆回旋振动时元件端面状态参数

序 号	端面编号	挠 度	转 角	弯 矩	剪 力
1	7	+ 0.100000 ¹⁰ + 01	- 0.685226 ¹⁰ - 02	+ 0.000000 ¹⁰ + 00	+ 0.000000 ¹⁰ + 00
2	8	+ 0.100000 ¹⁰ + 01	- 0.685226 ¹⁰ - 02	+ 0.726776 ¹⁰ + 07	+ 0.888973 ¹⁰ + 05
3	9	+ 0.604853 ¹⁰ + 00	- 0.588563 ¹⁰ - 02	+ 0.128813 ¹⁰ + 08	+ 0.943460 ¹⁰ + 05
4	10	+ 0.301401 ¹⁰ + 00	- 0.447105 ¹⁰ - 02	+ 0.183951 ¹⁰ + 08	+ 0.971520 ¹⁰ + 05
5	11	+ 0.301401 ¹⁰ + 00	- 0.447105 ¹⁰ - 02	+ 0.183951 ¹⁰ + 08	- 0.535485 ¹⁰ + 05
6	12	+ 0.107020 ¹⁰ + 00	- 0.306673 ¹⁰ - 02	+ 0.156301 ¹⁰ + 08	- 0.524712 ¹⁰ + 05
7	13	- 0.198121 ¹⁰ - 01	- 0.188921 ¹⁰ - 02	+ 0.128935 ¹⁰ + 08	- 0.523255 ¹⁰ + 05
8	14	- 0.912258 ¹⁰ - 01	- 0.932259 ¹⁰ - 03	+ 0.101283 ¹⁰ + 08	- 0.527495 ¹⁰ + 05
9	15	- 0.118263 ¹⁰ + 00	- 0.206370 ¹⁰ - 03	+ 0.733141 ¹⁰ + 07	- 0.534454 ¹⁰ + 05
10	16	- 0.113174 ¹⁰ + 00	+ 0.285405 ¹⁰ - 03	+ 0.449493 ¹⁰ + 07	- 0.541844 ¹⁰ + 05
11	17	- 0.883839 ¹⁰ - 01	+ 0.539832 ¹⁰ - 03	+ 0.162143 ¹⁰ + 07	- 0.548112 ¹⁰ + 05
12	18	- 0.581261 ¹⁰ - 01	+ 0.558986 ¹⁰ - 03	- 0.113132 ¹⁰ + 07	- 0.552316 ¹⁰ + 05
13	19	- 0.581261 ¹⁰ - 01	+ 0.558986 ¹⁰ - 03	- 0.113132 ¹⁰ + 07	+ 0.289445 ¹⁰ + 04
14	20	- 0.323760 ¹⁰ - 01	+ 0.476590 ¹⁰ - 03	- 0.994168 ¹⁰ + 06	+ 0.264356 ¹⁰ + 04
15	21	- 0.277084 ¹⁰ - 01	+ 0.460699 ¹⁰ - 03	- 0.968018 ¹⁰ + 06	+ 0.261108 ¹⁰ + 04
16	22	- 0.232052 ¹⁰ - 01	+ 0.443830 ¹⁰ - 03	- 0.942146 ¹⁰ + 06	+ 0.258500 ¹⁰ + 04
17	23	- 0.188769 ¹⁰ - 01	+ 0.425880 ¹⁰ - 03	- 0.916494 ¹⁰ + 06	+ 0.256471 ¹⁰ + 04
18	24	- 0.147347 ¹⁰ - 01	+ 0.406769 ¹⁰ - 03	- 0.891006 ¹⁰ + 06	+ 0.254961 ¹⁰ + 04
19	25	- 0.107908 ¹⁰ - 01	+ 0.386393 ¹⁰ - 03	- 0.865634 ¹⁰ + 06	+ 0.253913 ¹⁰ + 04
20	26	- 0.705854 ¹⁰ - 02	+ 0.364654 ¹⁰ - 03	- 0.840338 ¹⁰ + 06	+ 0.253271 ¹⁰ + 04
21	27	- 0.355254 ¹⁰ - 02	+ 0.341363 ¹⁰ - 03	- 0.815078 ¹⁰ + 06	+ 0.252985 ¹⁰ + 04
22	28	- 0.288972 ¹⁰ - 03	+ 0.316418 ¹⁰ - 03	- 0.789823 ¹⁰ + 06	+ 0.253007 ¹⁰ + 04
23	29	+ 0.599320 ¹⁰ - 02	+ 0.313134 ¹⁰ - 03	- 0.740326 ¹⁰ + 06	+ 0.254787 ¹⁰ + 04
24	30	+ 0.180555 ¹⁰ - 01	+ 0.168135 ¹⁰ - 03	- 0.608618 ¹⁰ + 06	+ 0.260311 ¹⁰ + 04
25	31	+ 0.234139 ¹⁰ - 01	+ 0.518153 ¹⁰ - 04	- 0.473176 ¹⁰ + 06	+ 0.268694 ¹⁰ + 04
26	32	+ 0.235599 ¹⁰ - 01	- 0.349078 ¹⁰ - 04	- 0.333120 ¹⁰ + 06	+ 0.277806 ¹⁰ + 04
27	33	+ 0.200360 ¹⁰ - 01	- 0.910359 ¹⁰ - 04	- 0.188522 ¹⁰ + 06	+ 0.286055 ¹⁰ + 04
28	34	+ 0.144351 ¹⁰ - 01	- 0.115663 ¹⁰ - 03	- 0.401303 ¹⁰ + 05	+ 0.292408 ¹⁰ + 04
29	35	+ 0.839159 ¹⁰ - 02	- 0.108093 ¹⁰ - 03	+ 0.110927 ¹⁰ + 06	+ 0.296411 ¹⁰ + 04
30	36	+ 0.410494 ¹⁰ - 02	- 0.850237 ¹⁰ - 04	+ 0.237437 ¹⁰ + 06	+ 0.298363 ¹⁰ + 04
31	37	+ 0.410494 ¹⁰ - 02	- 0.850237 ¹⁰ - 04	+ 0.237437 ¹⁰ + 06	- 0.112130 ¹⁰ + 04
32	38	+ 0.116174 ¹⁰ - 02	- 0.567101 ¹⁰ - 04	+ 0.189995 ¹⁰ + 06	- 0.111460 ¹⁰ + 04
33	39	- 0.656644 ¹⁰ - 03	- 0.241386 ¹⁰ - 04	+ 0.137042 ¹⁰ + 06	- 0.111648 ¹⁰ + 04
34	40	- 0.117843 ¹⁰ - 02	- 0.213111 ¹⁰ - 05	+ 0.838987 ¹⁰ + 05	- 0.112134 ¹⁰ + 04
35	41	- 0.906380 ¹⁰ - 03	+ 0.926715 ¹⁰ - 05	+ 0.305174 ¹⁰ + 05	- 0.112574 ¹⁰ + 04
36	42	- 0.345554 ¹⁰ - 03	+ 0.100149 ¹⁰ - 04	- 0.230255 ¹⁰ + 05	- 0.112787 ¹⁰ + 04
37	43	- 0.255368 ¹⁰ - 05	+ 0.920845 ¹⁰ - 07	- 0.766080 ¹⁰ + 05	- 0.112761 ¹⁰ + 04
38	44	+ 0.186264 ¹⁰ - 08	+ 0.291038 ¹⁰ - 10	- 0.878845 ¹⁰ + 05	- 0.112761 ¹⁰ + 04

B.7 振型图

根据各元件端面对挠度即可绘出回旋振动的振型图。图 B 2 为一阶叶片次正逆回旋振动的振型图。

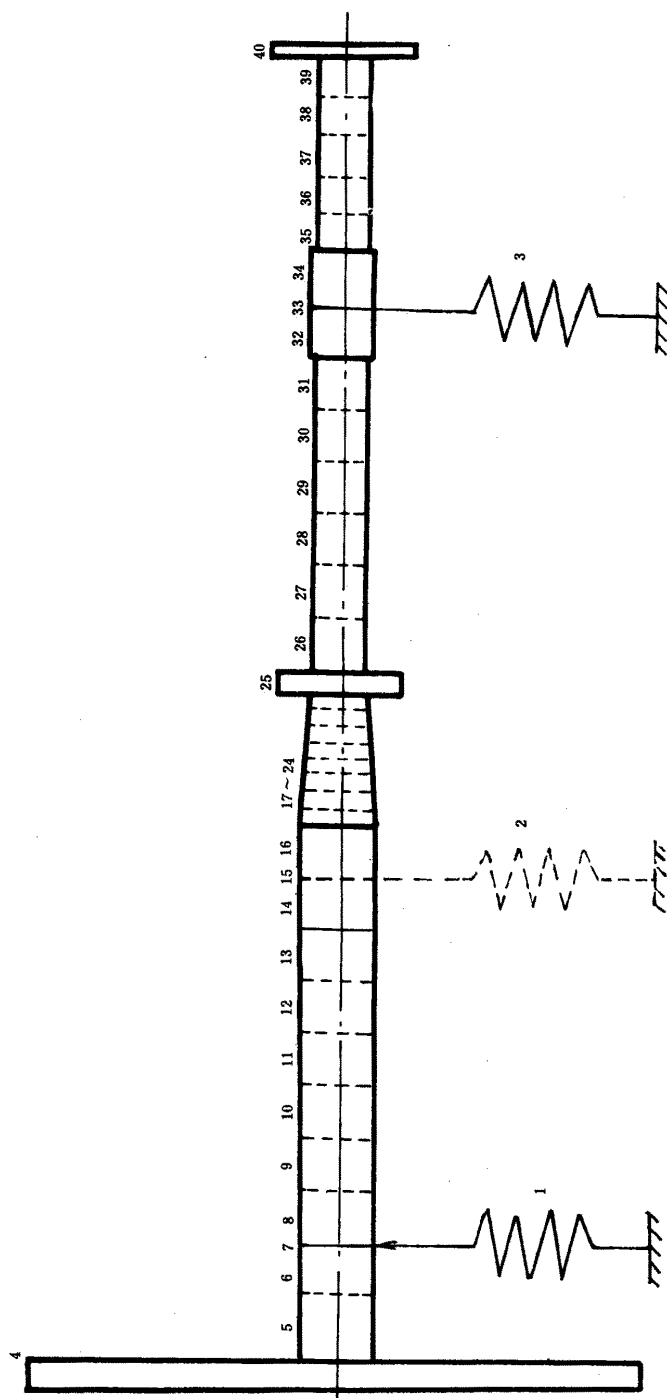


图 B1 计算模型与元件划分

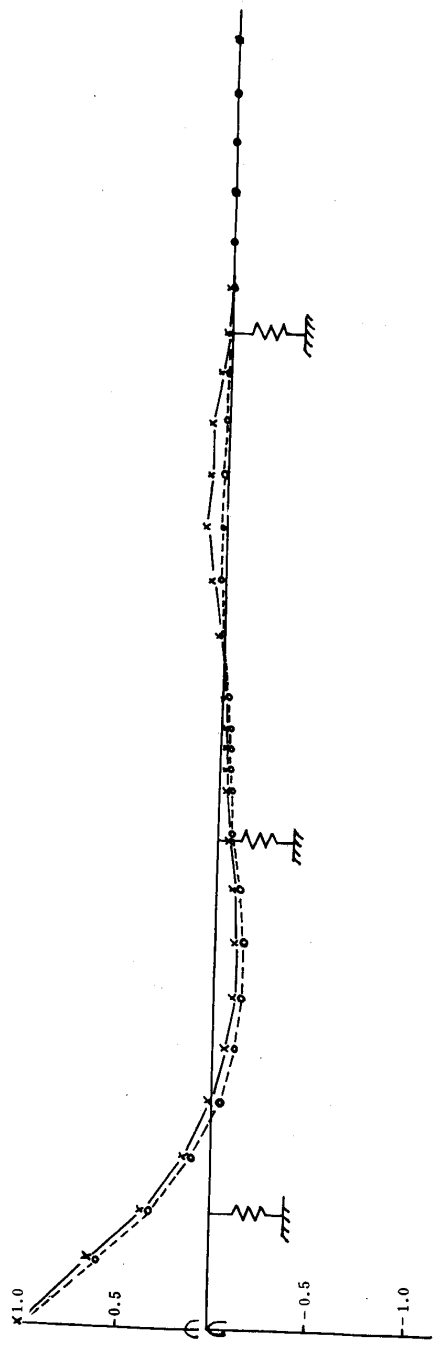


图 B2 一阶叶片次正逆回旋振动振型
——正回旋; ----逆回旋

附加说明:

本标准由海洋运输船分委员会提出。

本标准由上海交通大学负责起草，船舶检验局海船规范研究所、708所等单位参加。

本标准主要起草人陈之炎。