电工学（电工技术）

教学课件

第2章 电路的分析方法

中国矿业大学 研制

高等教育出版社
高等教育音像出版社
出版

第2章 电路的分析方法

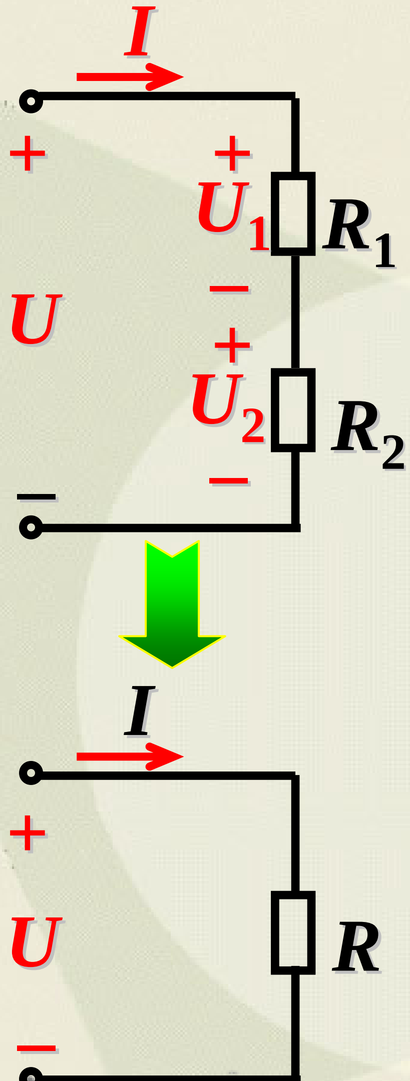
第2章 电路的分析方法

本章要求:

1. 掌握支路电流法、叠加原理和戴维宁定理等电路的基本分析方法;
2. 了解实际电源的两种模型及其等效变换;
3. 了解非线性电阻元件的伏安特性及静态电阻、动态电阻的概念，以及简单非线性电阻电路的图解分析法。

2.1 电阻串并联联接的等效变换

2.1.1 电阻的串联



特点：

(1)各电阻一个接一个地顺序相联；

(2)各电阻中通过同一电流；

(3)等效电阻等于各电阻之和；

$$R = R_1 + R_2$$

(4)串联电阻上电压的分配与电阻成正比。

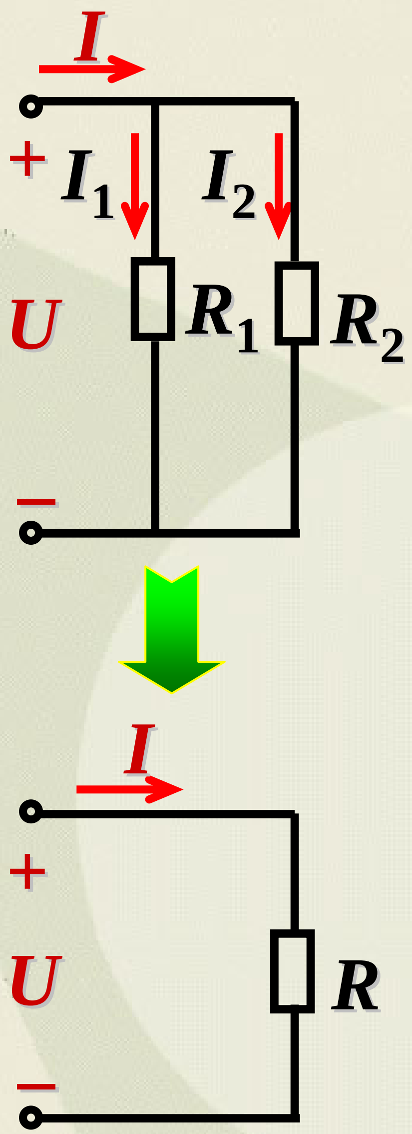
两电阻串联时的分压公式：

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \qquad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U$$

应用：

降压、限流、调节电压等。

2.1.2 电阻的并联



特点:

(1)各电阻联接在两个公共的结点之间;

(2)各电阻两端的电压相同;

(3)等效电阻的倒数等于各电阻倒数之和;

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$$

(4)并联电阻上电流的分配与电阻成反比。

两电阻并联时的分流公式:

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I \qquad I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

应用:

分流、调节电流等。

2.1.3 电阻混联电路的计算

例: 电路如图, 求$U=?$

解:

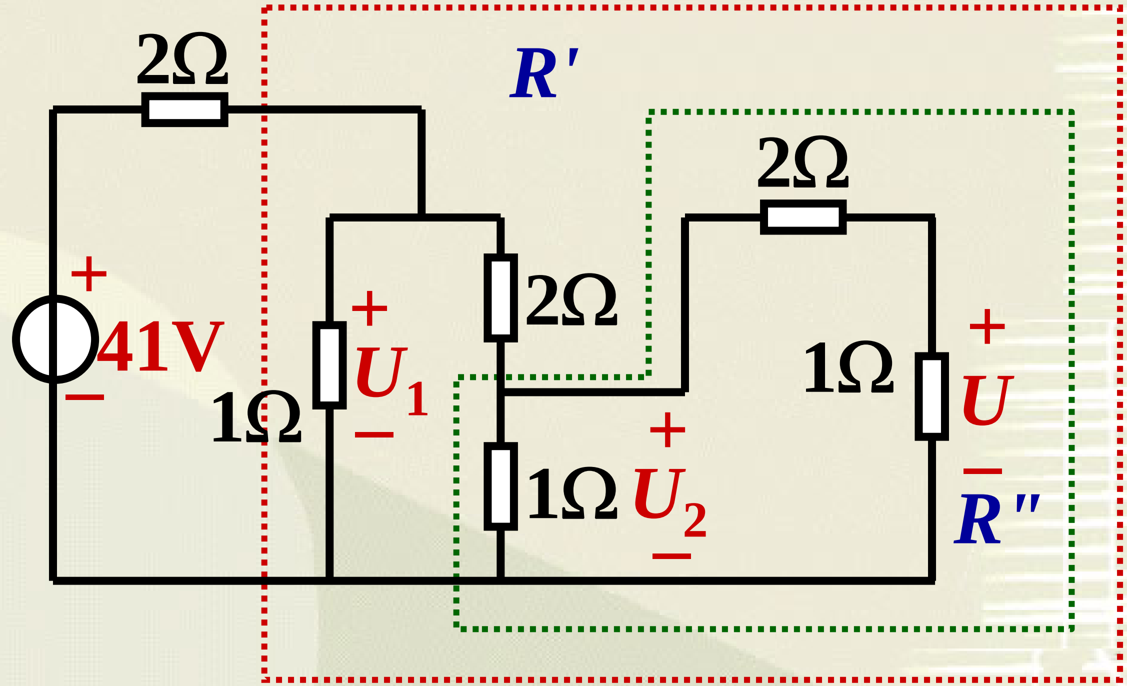
$$R'=\frac{11}{15}\Omega$$

$$R''=\frac{3}{4}\Omega$$

$$U_1=\frac{R'}{2+R'}\times 41$$

$$=11\text{V}$$

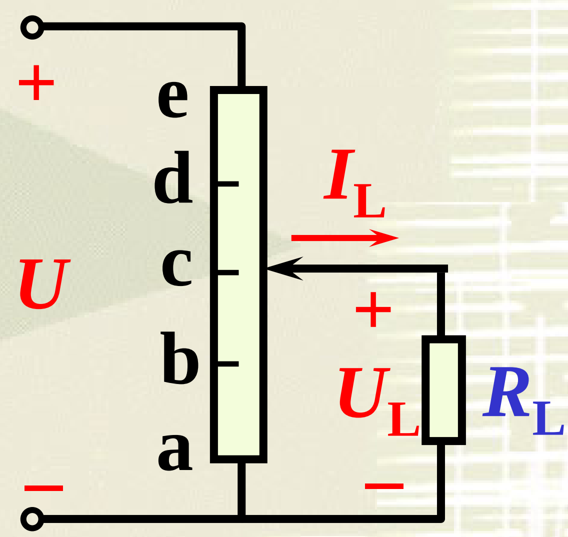
$$U_2=\frac{R''}{2+R''}\times U_1=3\text{V}$$



得 $U=\frac{1}{2+1}\times U_2=1\text{V}$

例1: 图示为变阻器调节负载电阻 R_L 两端电压的分压电路。$R_L = 50\ \Omega$，$U = 220\ \text{V}$。中间环节是变阻器，其规格是 100 Ω、3 A。今把它平分为四段，在图上用a, b, c, d, e 点标出。求滑动点分别在 a, c, d, e 四点时, 负载和变阻器各段所通过的电流及负载电压,并就流过变阻器的电流与其额定电流比较说明使用时的安全问题。

解: (1) 在 a 点:



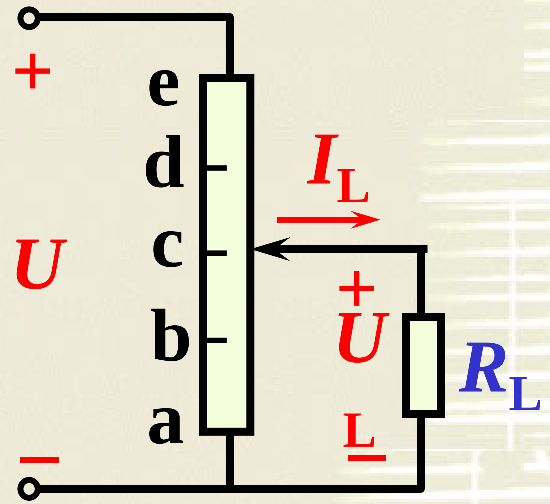
$$U_L = 0\ \text{V} \qquad I_L = 0\ \text{A}$$

$$I_{ea} = \frac{U}{R_{ea}} = \frac{220}{100}\ \text{A} = 2.2\ \text{A}$$

解：(2) 在 c 点：

等效电阻 R' 为R_{ca}与R_L并联，

再与 R_{ec}串联，即



$$R' = \frac{R_{ca}R_L}{R_{ca}+R_L} + R_{ec} = \left(\frac{50\times 50}{50+50} + 50\right)$$

$$= 75\ \Omega$$

$$I_{ec} = \frac{U}{R'} = \frac{220}{75} = 2.93\ \text{A}$$

$$I_L = I_{ca} = \frac{2.93}{2} = 1.47\ \text{A}$$

$$U_L = R_L I_L = 50\times 1.47 = 73.5\ \text{V}$$

注意，这时滑动触点虽在变阻器的中点，但是输出电压不等于电源电压的一半，而是 73.5 V。

解：(3) 在 d 点：

$$R' = \frac{R_{da} R_L}{R_{da} + R_L} + R_{ed} = \frac{75 \times 50}{75 + 50} + 25$$

$$= 55\ \Omega$$

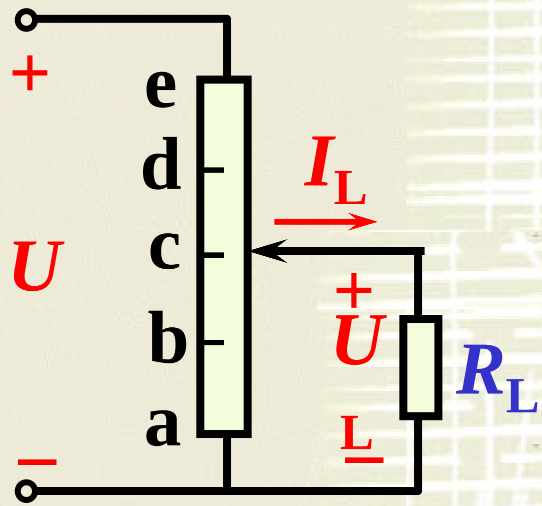
$$I_{ed} = \frac{U}{R'} = \frac{220}{55} = 4\ \text{A}$$

$$I_L = \frac{R_{da}}{R_{da} + R_L} I_{ed} = \frac{75}{75+50} \times 4\ \text{A}$$

$$= 2.4\ \text{A}$$

$$I_{da} = \frac{R_L}{R_{da} + R_L} I_{ed} = \frac{50}{75+50} \times 4\ \text{A} = 1.6\ \text{A}$$

$$U_L = R_L I_L = 50 \times 2.4 = 120\ \text{V}$$



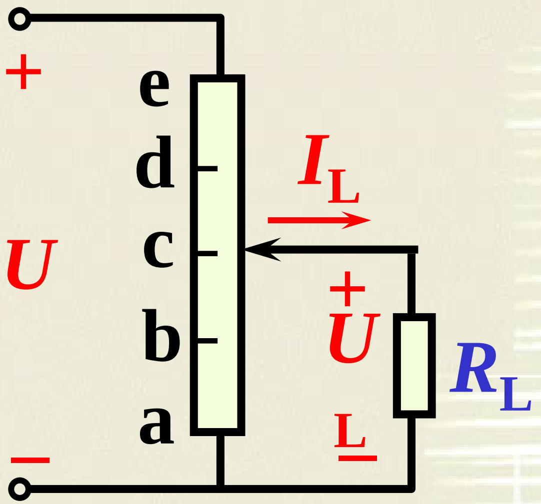
注意：因 $I_{ed} = 4\ \text{A} > 3\text{A}$，ed 段有被烧毁的可能。

解：(4) 在 e 点：

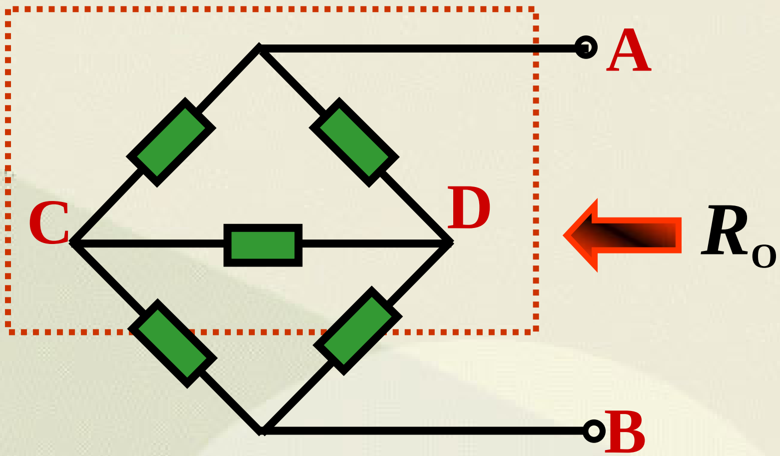
$$I_{ea} = \frac{U}{I_{ea}} = \frac{220}{100} = 2.2\ \text{A}$$

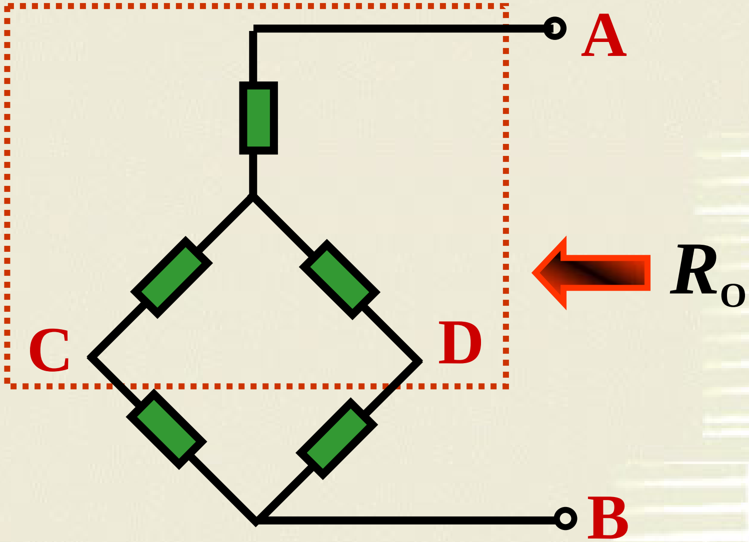
$$I_L = \frac{U}{R_L} = \frac{220}{50} = 4.4\ \text{A}$$

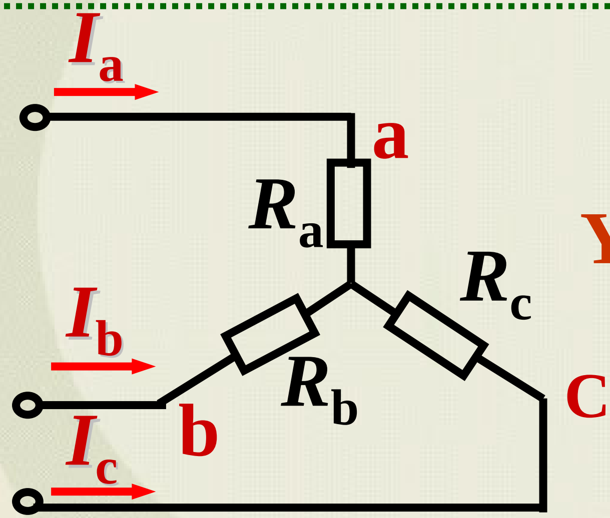
$$U_L = U = 220\ \text{V}$$



2.2 电阻星形联结与三角形联结的等换

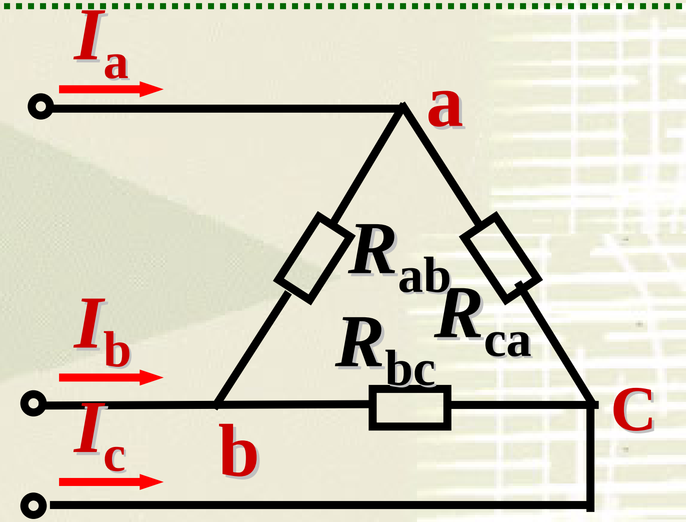






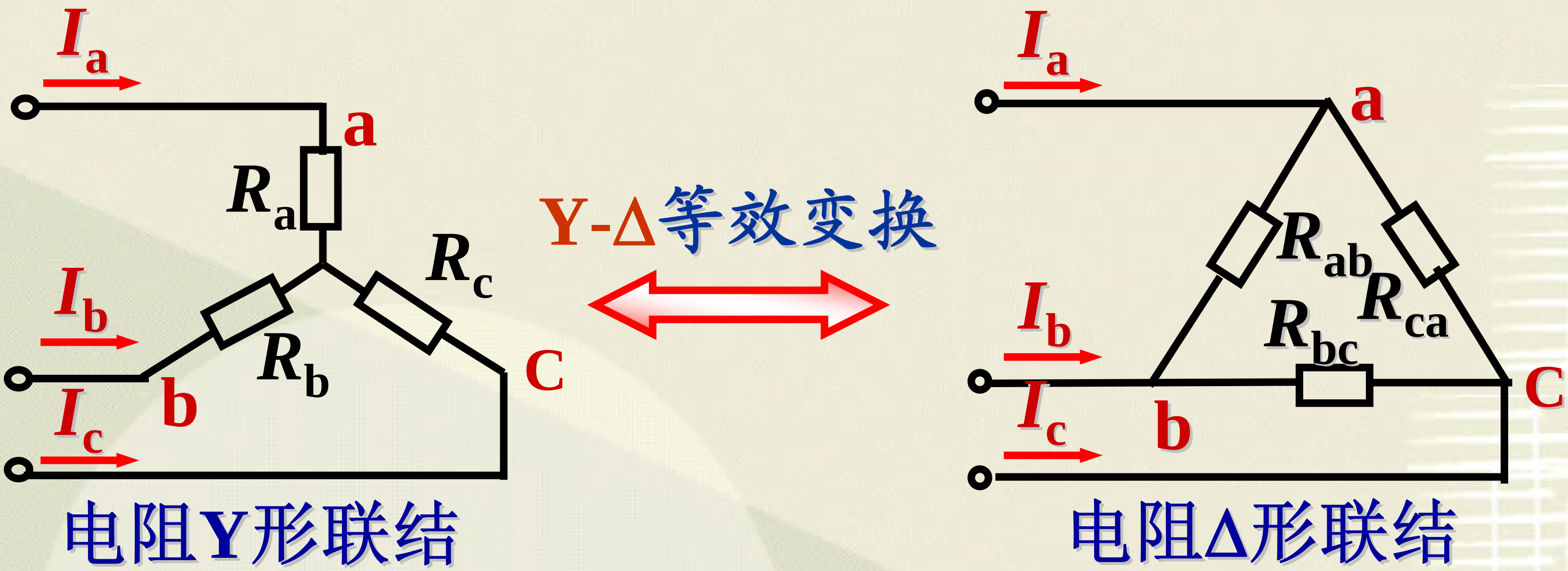
电阻Y形联结

Y-Δ等效变换



电阻Δ形联结

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换

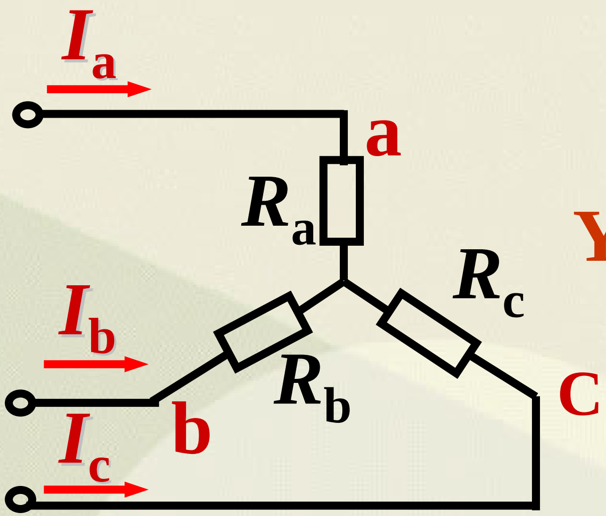


等效变换的条件:

对应端流入或流出的电流(I_a、I_b、I_c)一一相等，对应端间的电压(U_{ab}、U_{bc}、U_{ca})也一一相等。

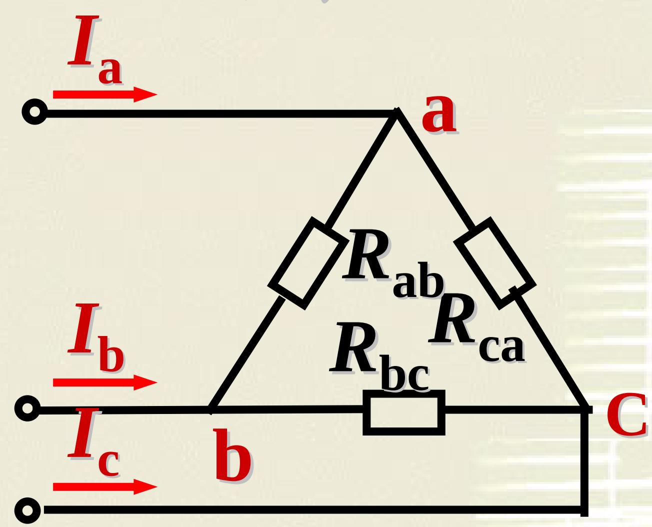
经等效变换后，不影响其它部分的电压和电流。

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



电阻Y形联结

Y-Δ等效变换

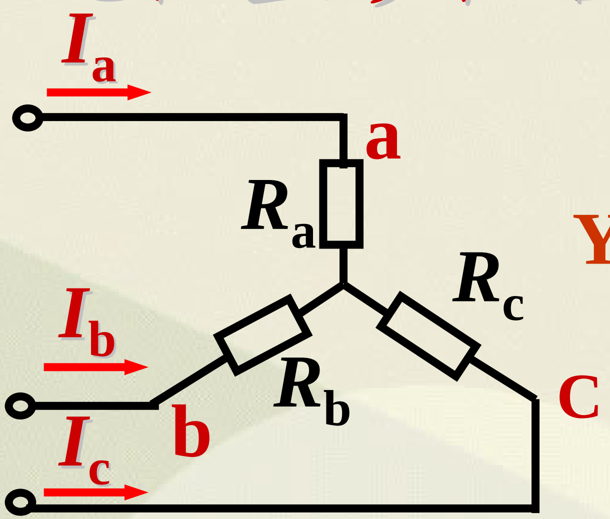


电阻Δ形联结

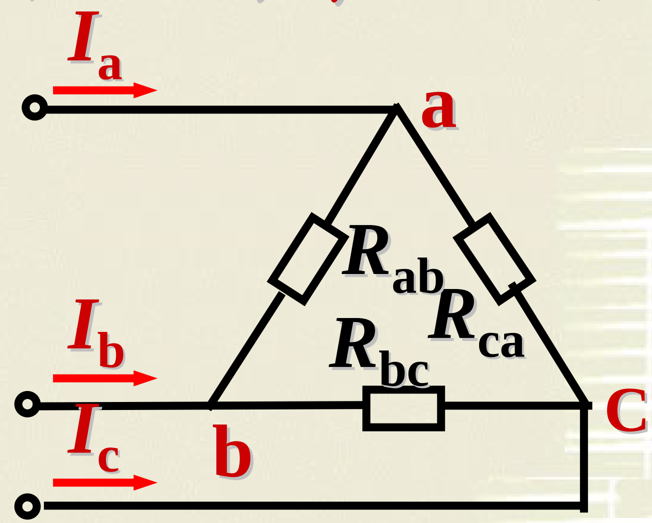
条件
$$
\begin{cases}
R_a + R_b = R_{ab} // (R_{ca} + R_{ba}) \\
R_b + R_c = R_{bc} // (R_{ab} + R_{ba}) \\
R_a + R_c = R_{ca} // (R_{ab} + R_{bc})
\end{cases}
$$

据此可推出两者的关系

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



Y-Δ等效变换



Y→Δ

Δ →Y

$$R_{ab}=\frac{R_aR_b+R_bR_c+R_cR_a}{R_c}$$

$$R_{bc}=\frac{R_aR_b+R_bR_c+R_cR_a}{R_a}$$

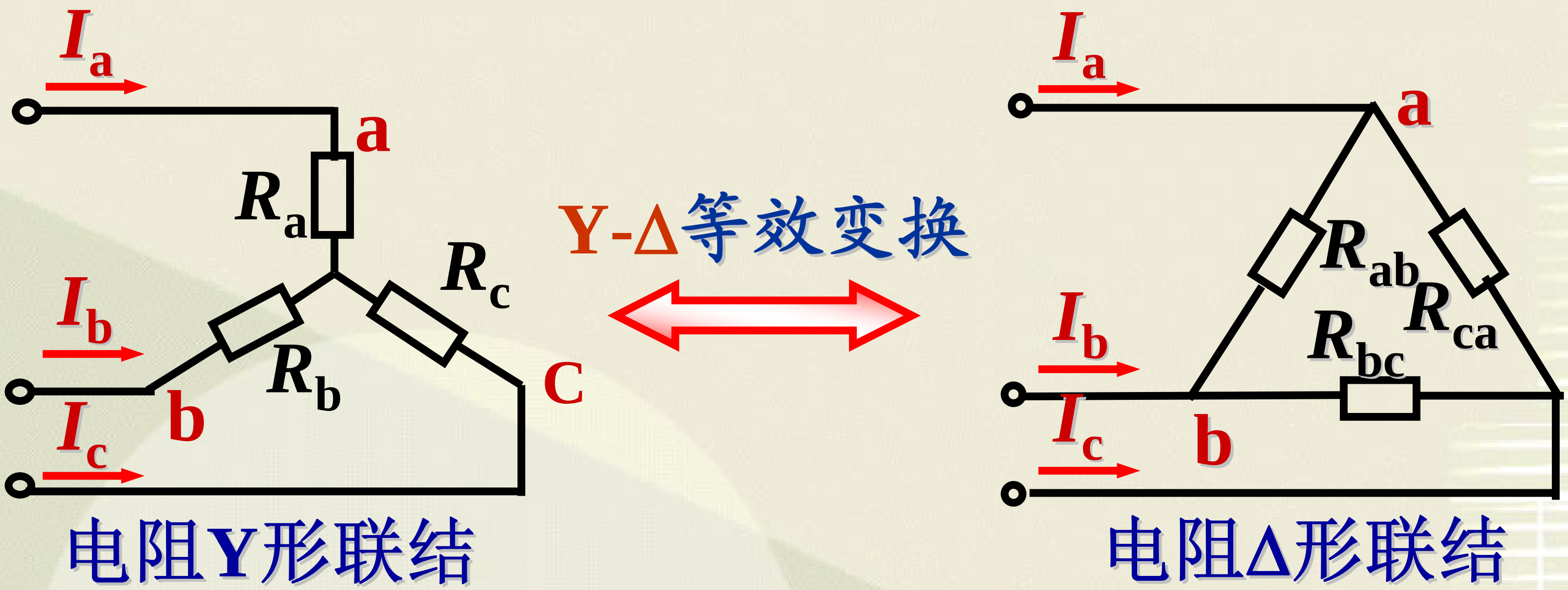
$$R_{ca}=\frac{R_aR_b+R_bR_c+R_cR_a}{R_b}$$

$$R_a=\frac{R_{ab}R_{ca}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}$$

$$R_b=\frac{R_{bc}R_{ab}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}$$

$$R_c=\frac{R_{ca}R_{bc}}{R_{ab}+R_{bc}+R_{ca}}$$

2.2 电阻星形联结与三角形联结的等效变换



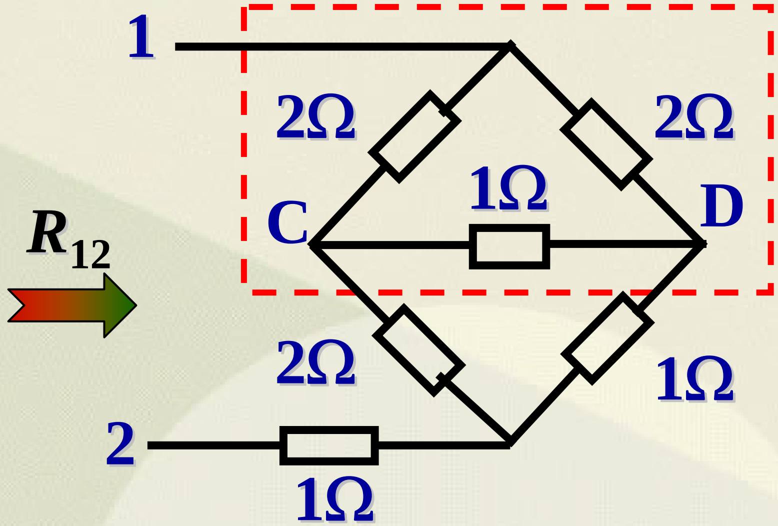
将Y形联接等效变换为Δ形联结时

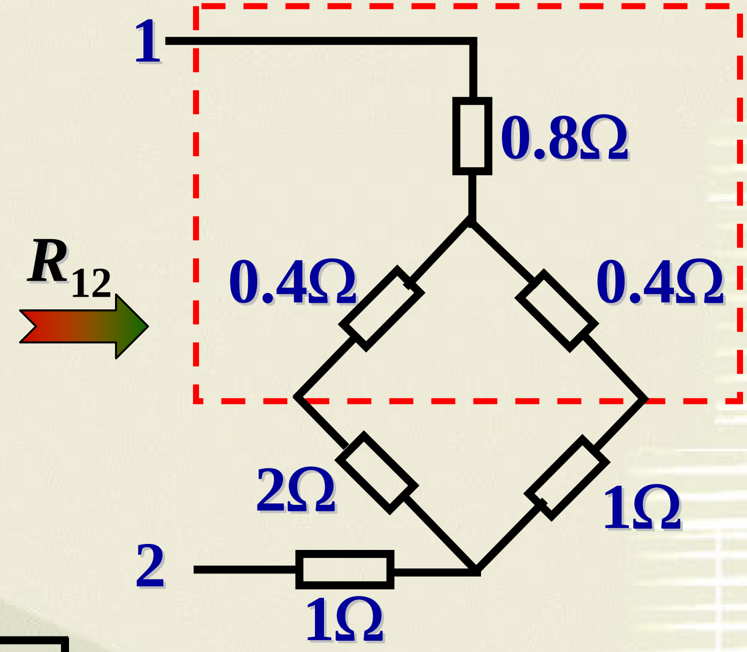
若 $R_a=R_b=R_c=R_Y$ 时，有$R_{ab}=R_{bc}=R_{ca}= R_\Delta = 3R_Y$；

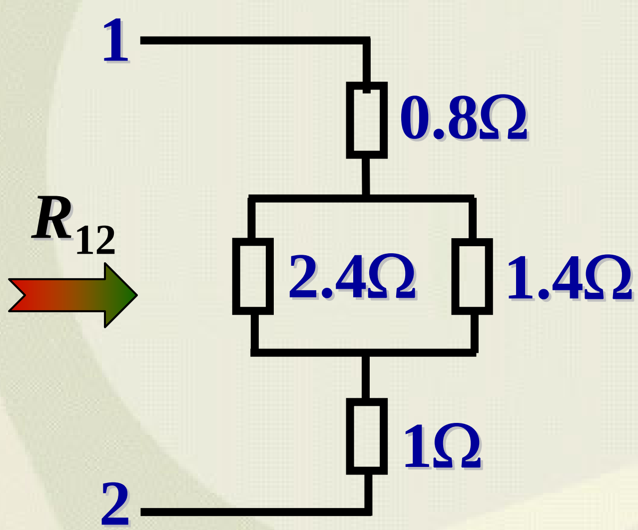
将Δ形联接等效变换为Y形联结时

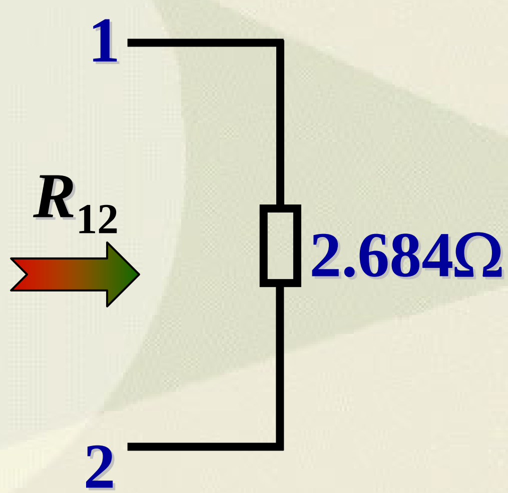
若 $R_{ab}=R_{bc}=R_{ca}=R_\Delta$ 时，有$R_a=R_b=R_c=R_Y=R_\Delta/3$

例 1: 对图示电路求总电阻R_{12}





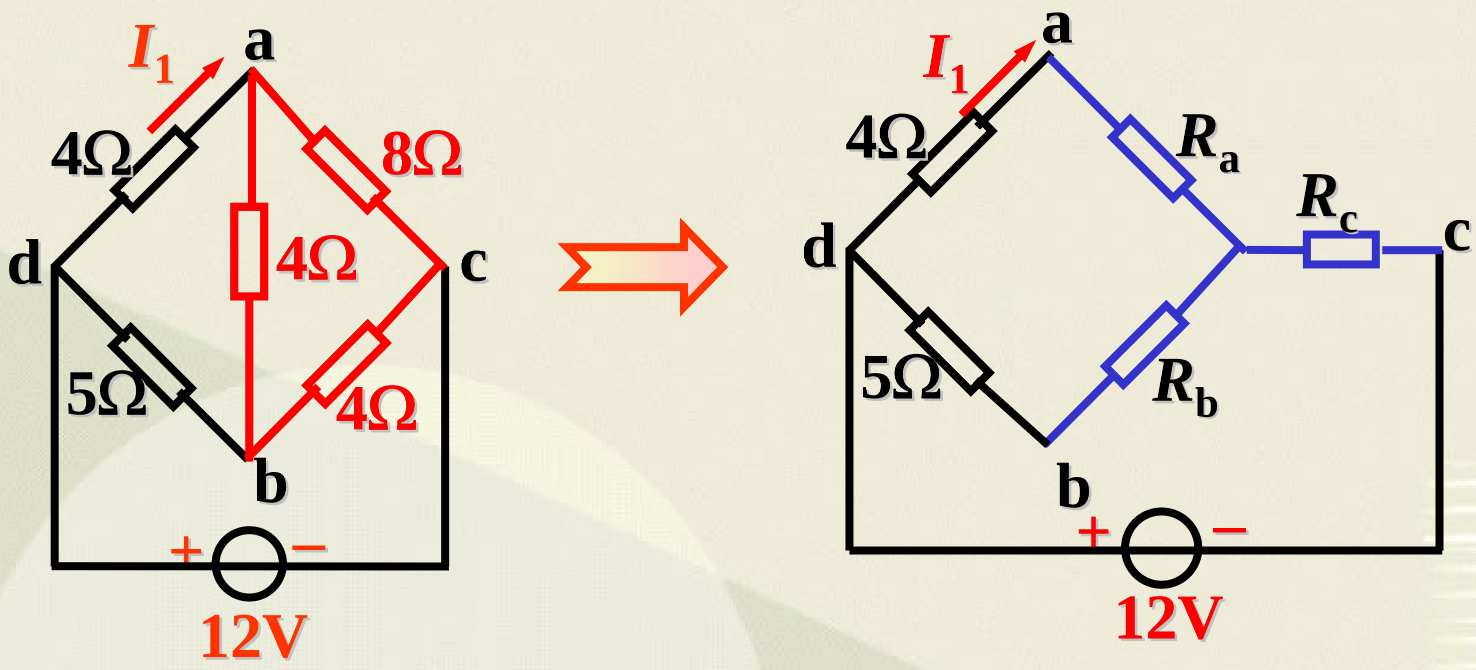




由图:

R_{12}=2.68Ω

例2：计算下图电路中的电流 I_1 。

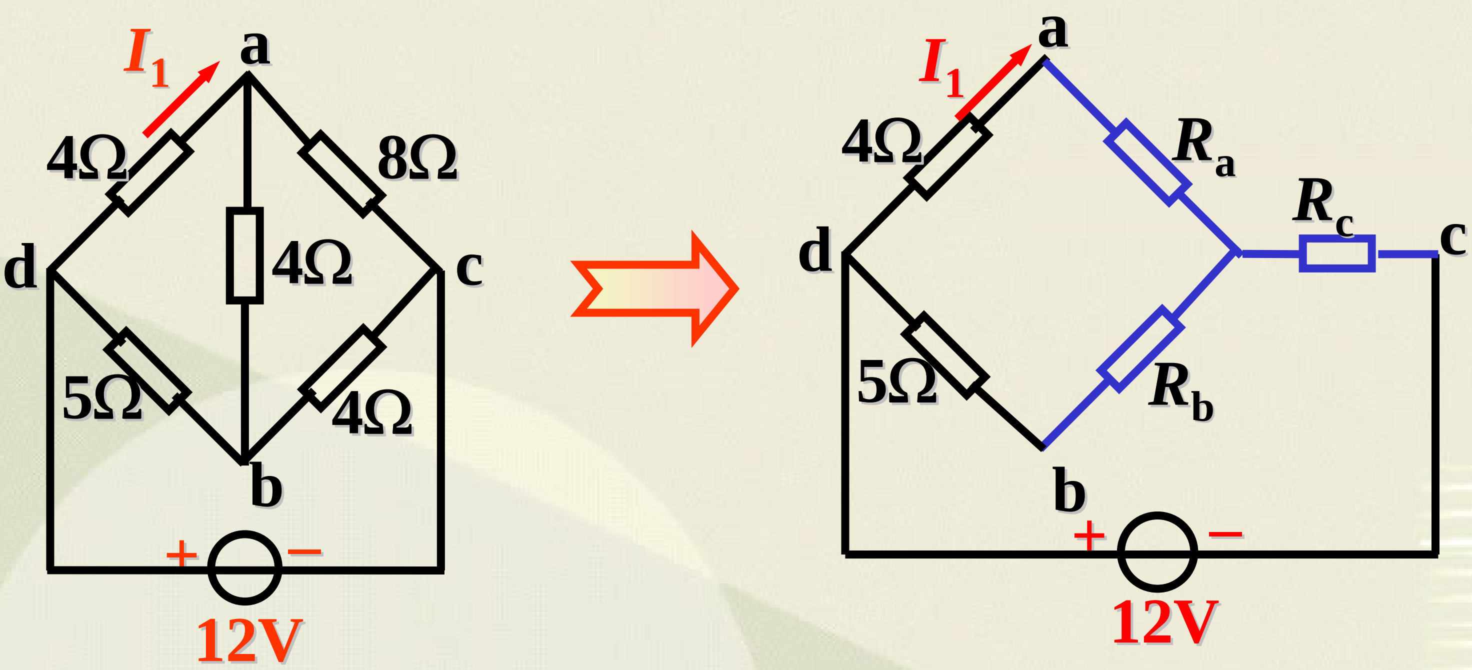


解：将联成Δ形abc的电阻变换为Y形联结的等效电阻

$$R_a = \frac{R_{ab} R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}} = \frac{4 \times 8}{4+4+8}\Omega = 2\Omega$$

$$R_b = \frac{4 \times 4}{4+4+8}\Omega = 1\Omega \qquad R_c = \frac{8 \times 4}{4+4+8}\Omega = 2\Omega$$

例2： 计算下图电路中的电流 I_1 。



解：

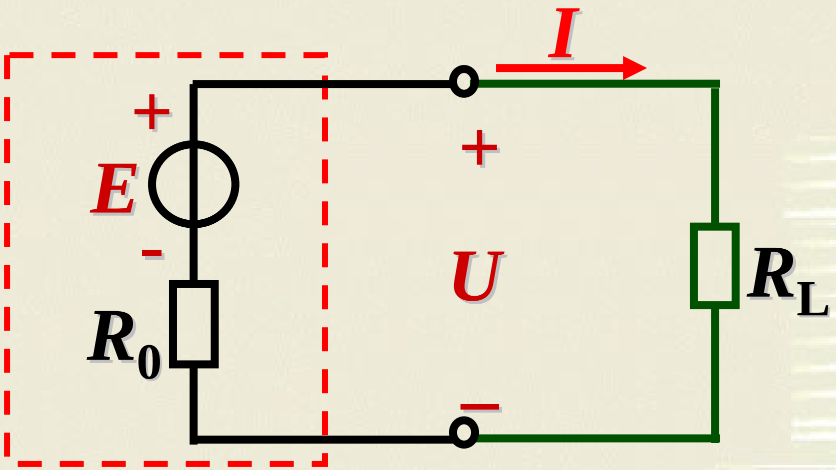
$$R = \frac{(4+2)\times(5+1)}{(4+2)+(5+1)}\Omega + 2\Omega = 5\,\Omega$$

$$I_1 = \frac{5+1}{4+2+5+1}\times\frac{12}{5}\text{A} = 1.2\,\text{A}$$

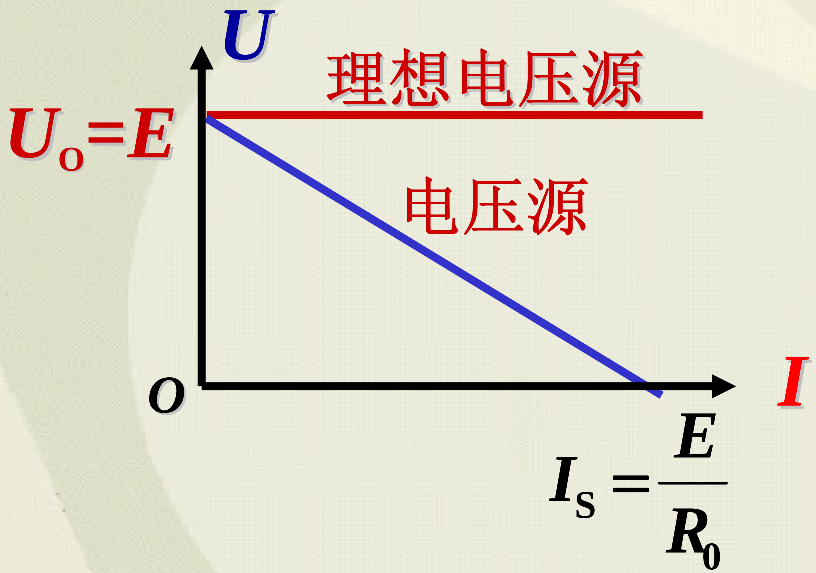
2.3 电源的两模型及其等效变换

2.3.1 电压源模型

电压源是由电动势 E 和内阻 R_0 串联的电源的电路模型。



电压源模型



电压源的外特性

由上图电路可得:

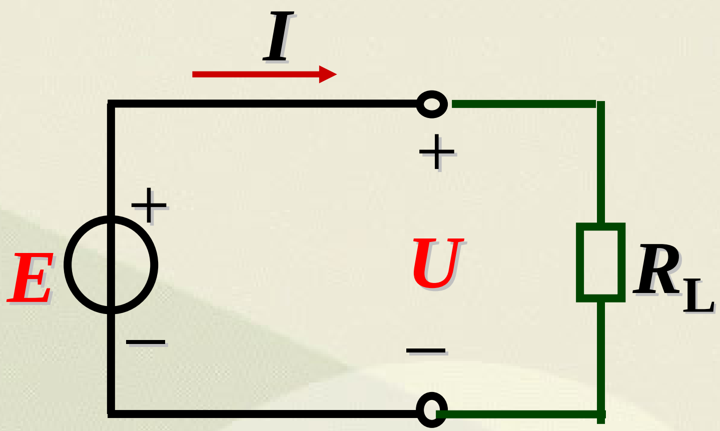
$U = E - IR_0$

若 $R_0 = 0$

理想电压源：$U \equiv E$

若 $R_0 << R_L$，$U \approx E$，可近似认为是理想电压源。

理想电压源（恒压源）



外特性曲线

特点：(1) 内阻$R_0 = 0$

(2) 输出电压是一定值，恒等于电动势。对直流电压，有 $U \equiv E$。

(3) 恒压源中的电流由外电路决定。

例1: 设 $E = 10$ V，接上R_L 后，恒压源对外输出电流。

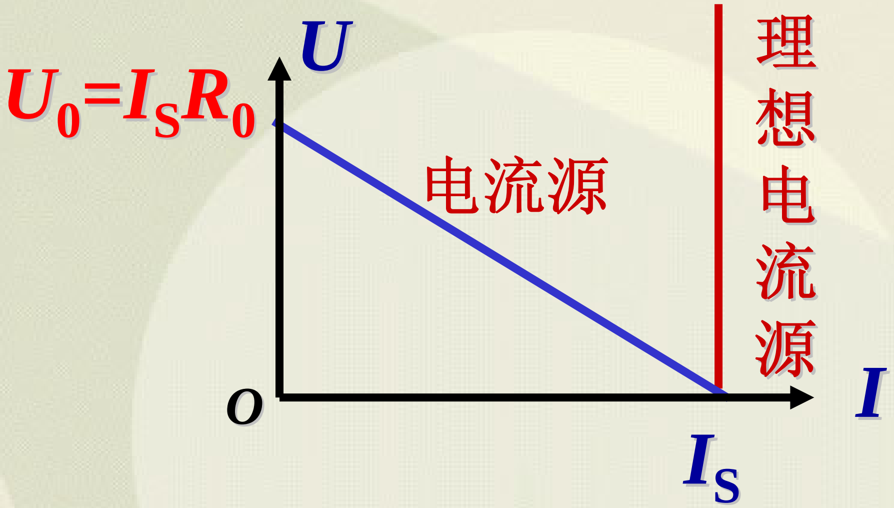
当 $R_L = 1\ \Omega$ 时， $U = 10$ V，$I = 10$A

当 $R_L = 10\ \Omega$ 时， $U = 10$ V，$I = 1$A

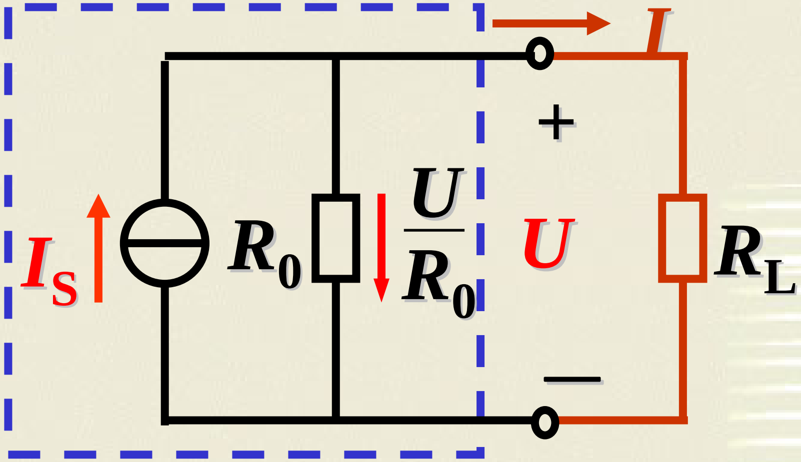
电压恒定，电流随负载变化

2.3.2 电流源模型

电流源是由电流 I_S 和内阻 R_0 并联的电源的电路模型。



电流源的外特性



电流源模型

由上图电路可得:

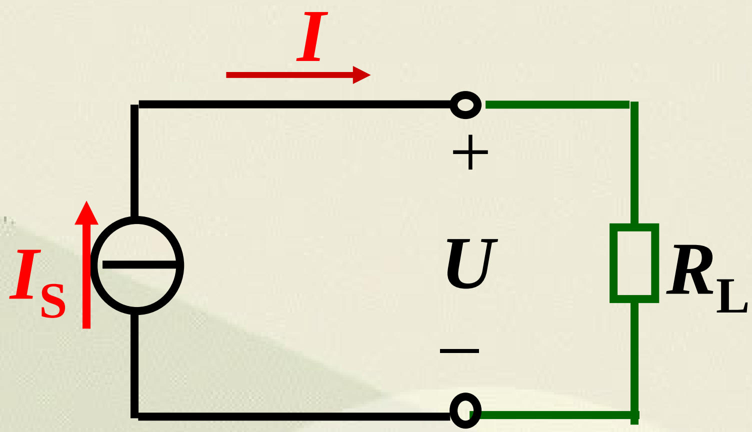
$$I = I_S - \frac{U}{R_0}$$

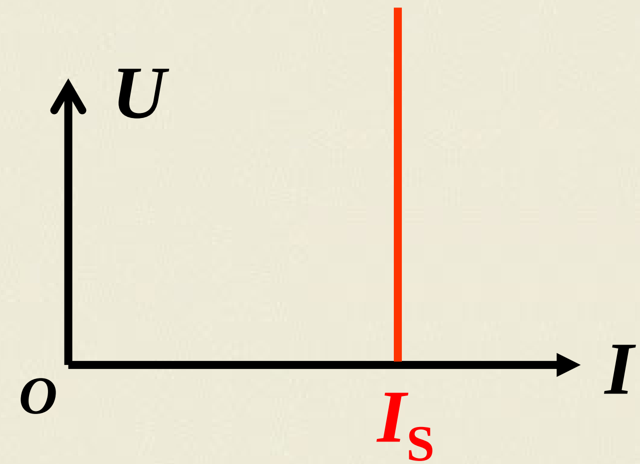
若 $R_0 = \infty$

理想电流源：$I \equiv I_S$

若 $R_0 >> R_L$，$I \approx I_S$，可近似认为是理想电流源。

理想电流源（恒流源）





外特性曲线

特点：(1) 内阻$R_0 = \infty$；

(2) 输出电流是一定值，恒等于电流 I_S；

(3) 恒流源两端的电压 U 由外电路决定。

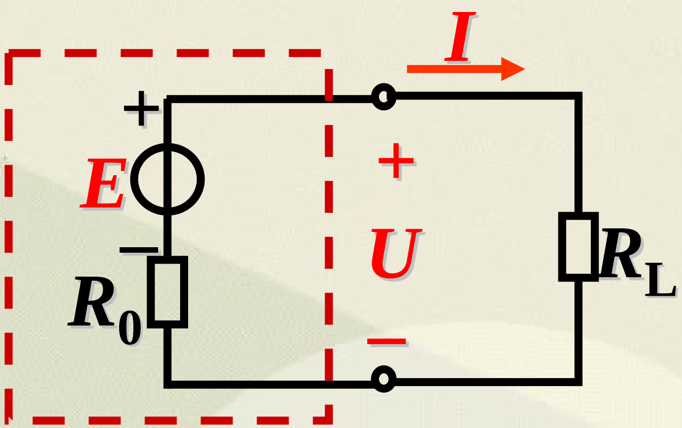
例1：设 $I_S = 10$ A，接上R_L 后，恒流源对外输出电流。

当 $R_L = 1\ \Omega$ 时，$I = 10$A，$U = 10$ V

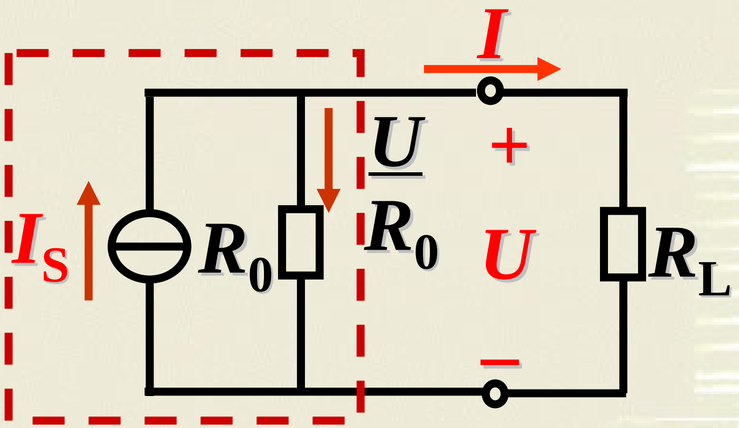
当 $R_L = 10\ \Omega$ 时，$I = 10$A，$U = 100$V

电流恒定，电压随负载变化。

2.3.3 电源两种模型之间的等效变换



电压源



电流源

由图a:

$$U = E - IR_0$$

由图b:

$$U = I_S R_0 - IR_0$$

等效变换条件:

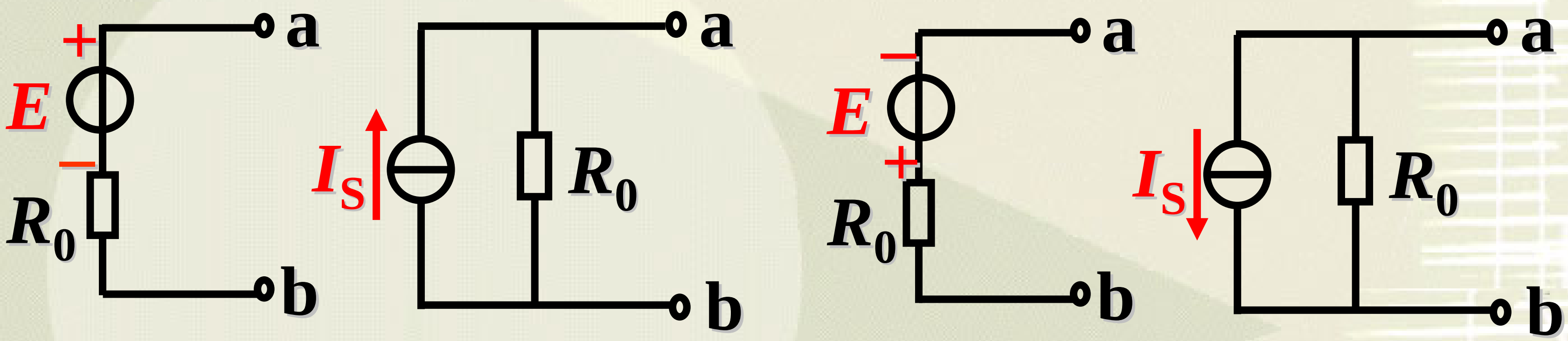
$$\begin{cases} E = I_S R_0 \\ I_S = \dfrac{E}{R_0} \end{cases}$$

注意事项：

(1) 电压源和电流源的等效关系只对外电路而言，对电源内部则是不等效的。

例：当 $R_L = \infty$ 时，电压源的内阻 R_0 中不损耗功率，而电流源的内阻 R_0 中则损耗功率。

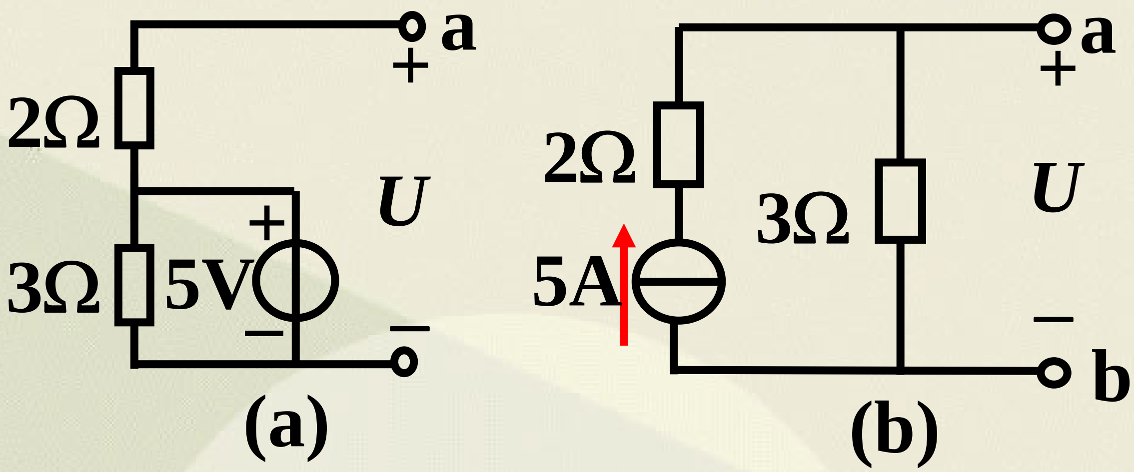
(2) 等效变换时，两电源的参考方向要一一对应。



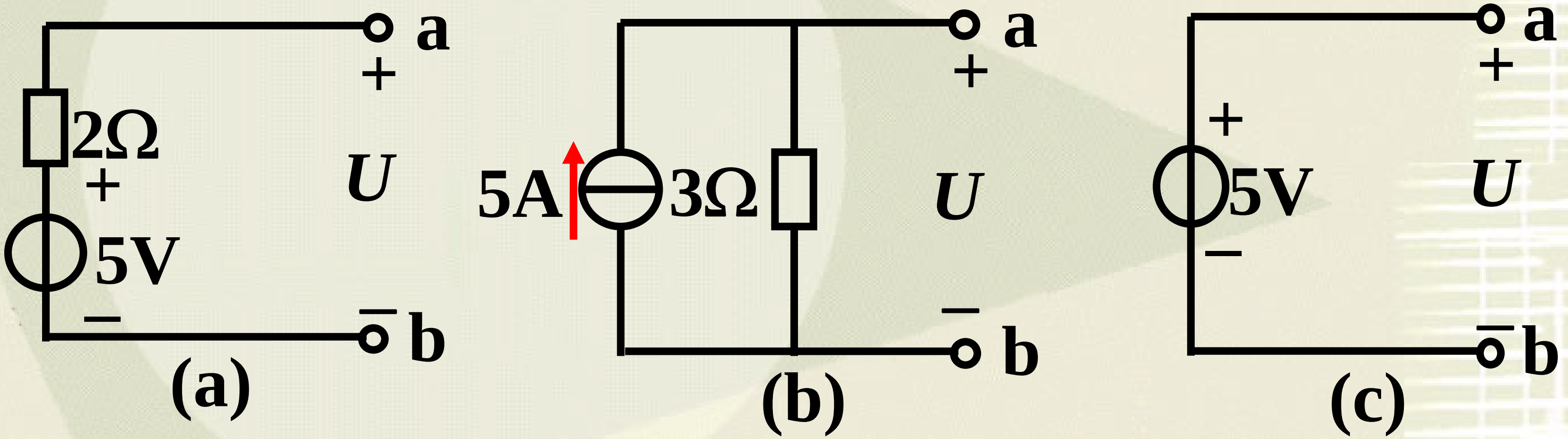
(3) 理想电压源与理想电流源之间无等效关系。

(4) 任何一个电动势 E 和某个电阻 R 串联的电路，都可化为一个电流为 I_S 和这个电阻并联的电路。

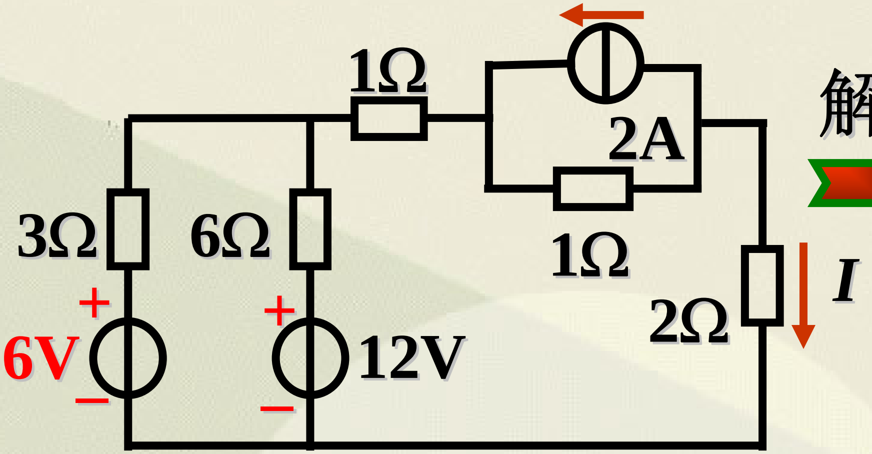
例1: 求下列各电路的等效电源



解:

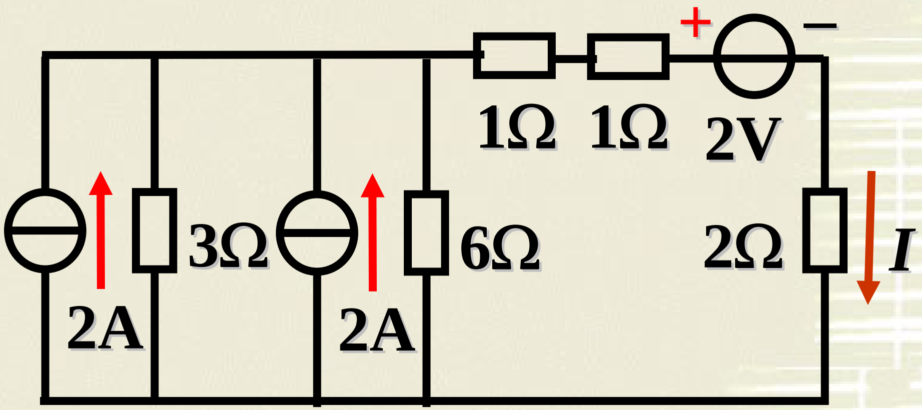


例2: 试用电压源与电流源等效变换的方法计算2Ω电阻中的电流。

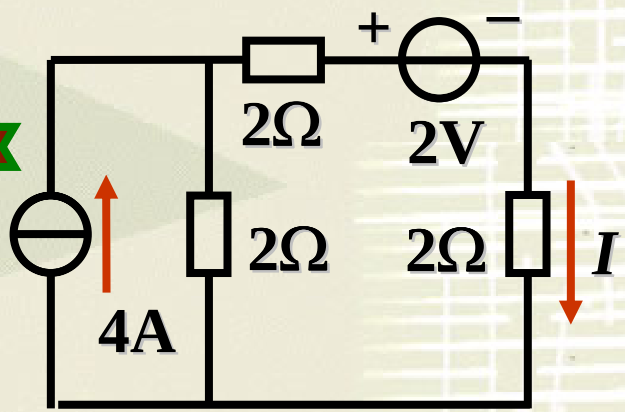


(a)

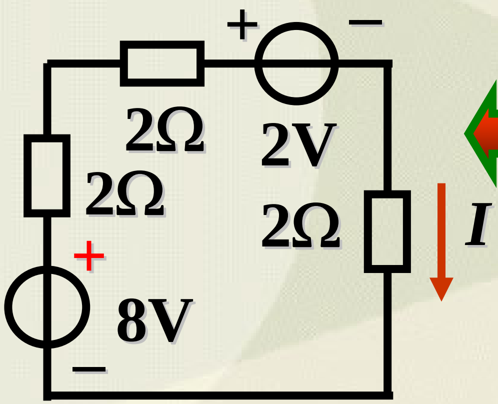
解:



(b)



(c)

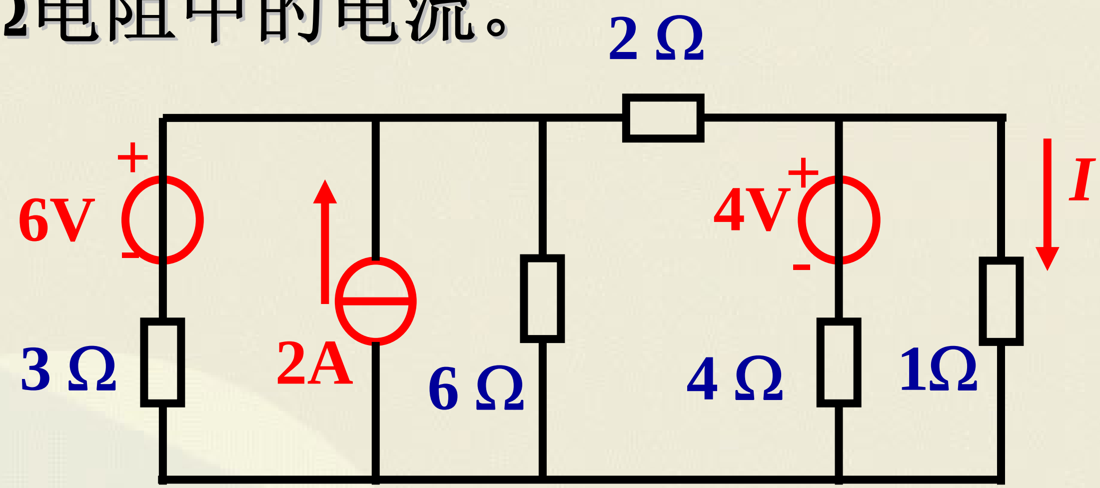


(d)

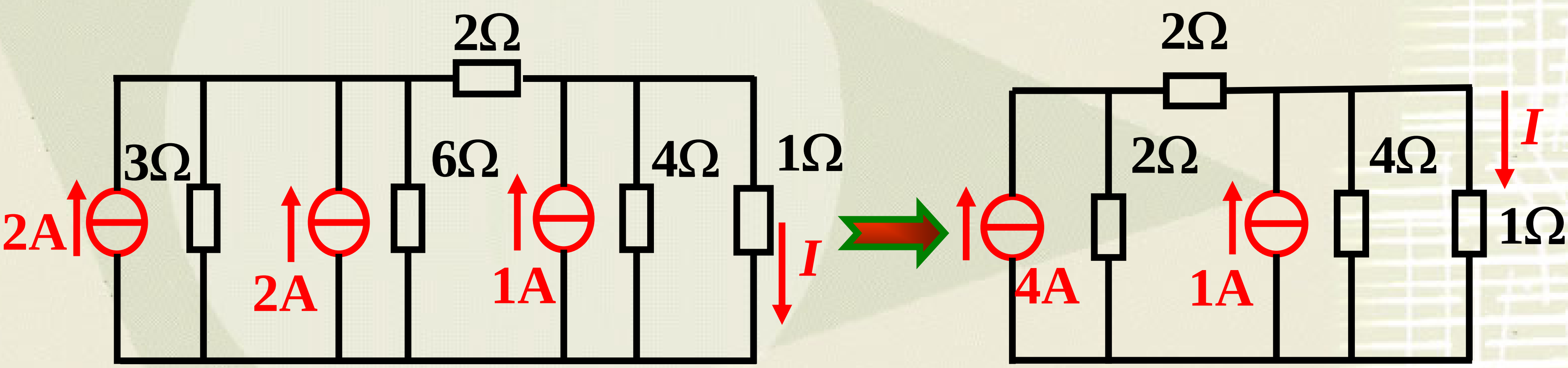
由图(d)可得

$$I = \frac{8-2}{2+2+2}\text{A} = 1\text{A}$$

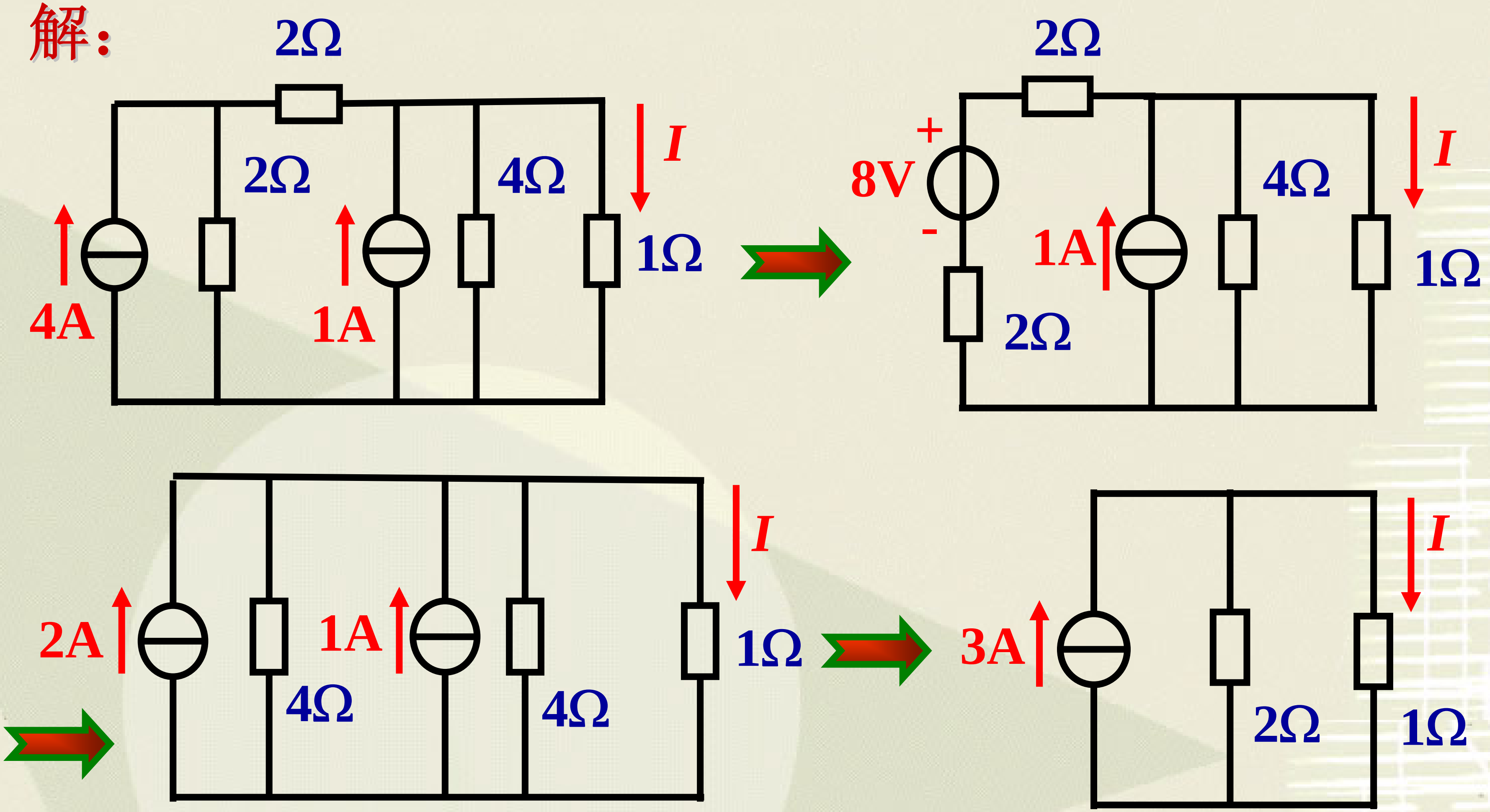
例3: 试用电压源与电流源等效变换的方法计算图示电路中1 Ω电阻中的电流。



解: 统一电源形式

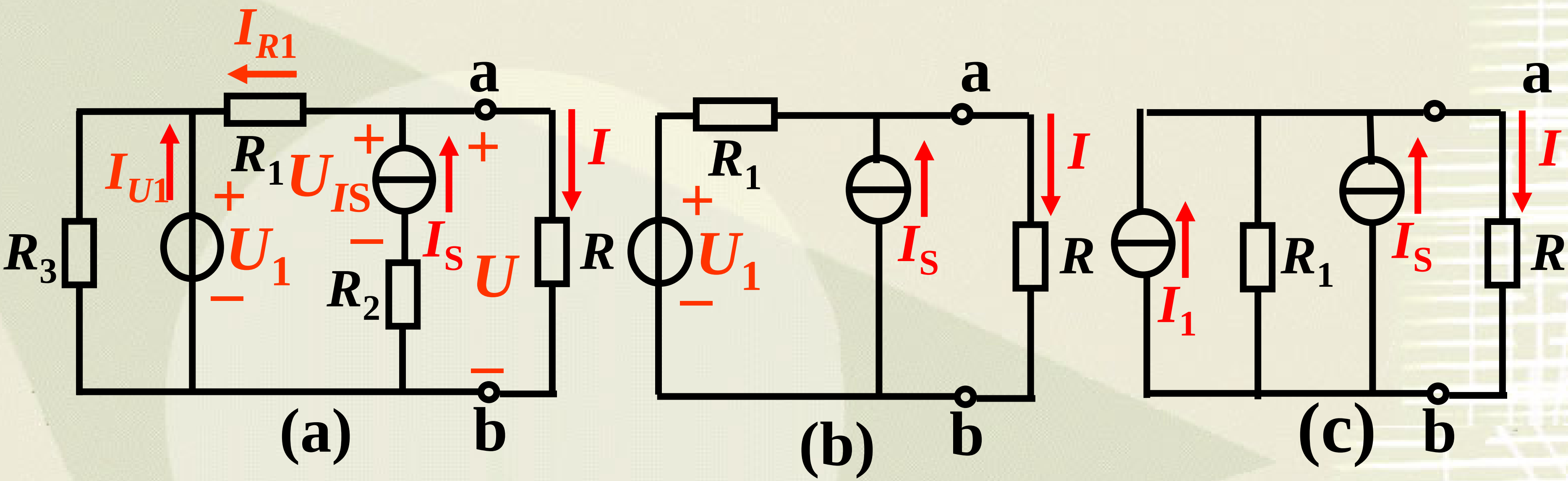


解：



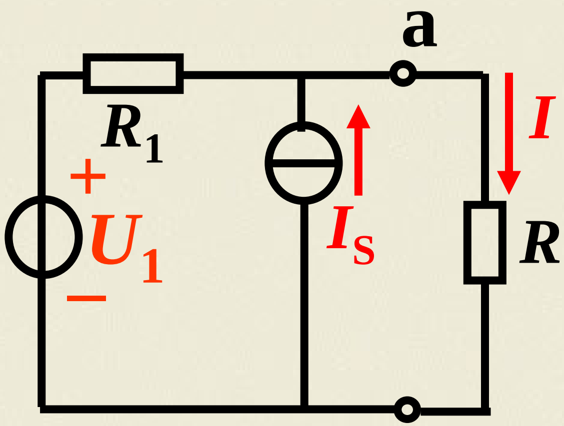
$$I = \frac{2}{2+1} \times 3\text{A} = 2\text{A}$$

例3: 电路如图。$U_1=10\text{V}$，$I_S=2\text{A}$，$R_1=1\,\Omega$，$R_2=2\,\Omega$，$R_3=5\ \Omega$，$R=1\ \Omega$。(1) 求电阻R中的电流I；(2)计算理想电压源U_1中的电流I_{U1}和理想电流源I_S两端的电压U_{IS}；(3)分析功率平衡。

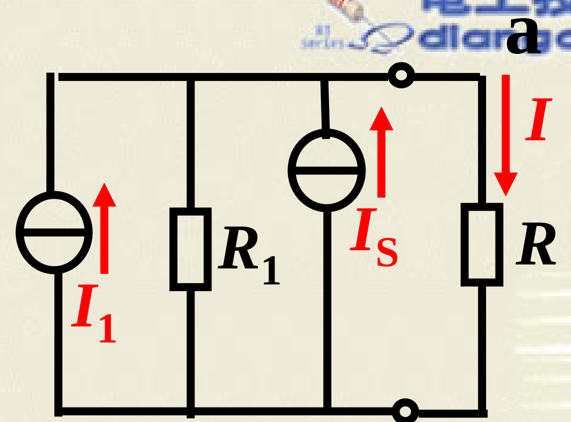


解：(1)由电源的性质及电源的等效变换可得：

$$I_1=\frac{U_1}{R_1}=\frac{10}{1}\text{A}=10\text{A}\qquad I=\frac{I_1+I_S}{2}=\frac{10+2}{2}\text{A}=6\text{A}$$



(b)



(c)

(2)由图(a)可得:

$$I_{R1} = I_S - I = 2\text{A} - 4\text{A} = -4\text{A}$$

$$I_{R3} = \frac{U_1}{R_3} = \frac{10}{5}\text{A} = 2\text{A}$$

理想电压源中的电流

$$I_{U1} = I_{R3} - I_{R1} = 2\text{A} - (-4)\text{A} = 6\text{A}$$

理想电流源两端的电压

$$U_{IS} = U + R_2 I_S = RI + R_2 I_S = 1 \times 6\text{V} + 2 \times 2\text{V} = 10\text{V}$$

(3)由计算可知，本例中理想电压源与理想电流源都是电源，发出的功率分别是：

$$P_{U1} = U_1 I_{U1} = 10 \times 6 = 60\text{W}$$

$$P_{IS} = U_{IS} I_S = 10 \times 2 = 20\text{W}$$

各个电阻所消耗的功率分别是：

$$P_R = RI^2 = 1 \times 6^2 = 36\text{W}$$

$$P_{R1} = R_1 I_{R1}^2 = 1 \times (-4)^2 = 16\text{W}$$

$$P_{R2} = R_2 I_S{}^2 = 2 \times 2^2 = 8\text{W}$$

$$P_{R3} = R_3 I_{R3}{}^2 = 5 \times 2^2 = 20\text{W}$$

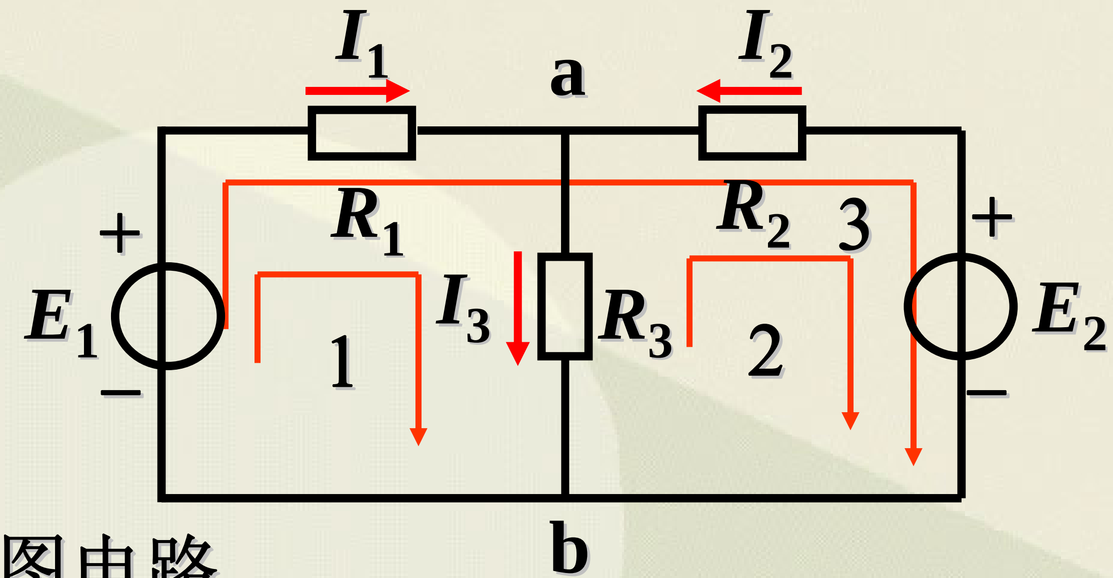
两者平衡：

$$(60+20)\text{W}=(36+16+8+20)\text{W}$$

$$80\text{W}=80\text{W}$$

2.4 支路电流法

支路电流法：以支路电流为未知量、应用基尔霍夫定律（KCL、KVL）列方程组求解。



对上图电路

支路数： b=3　　结点数：n =2

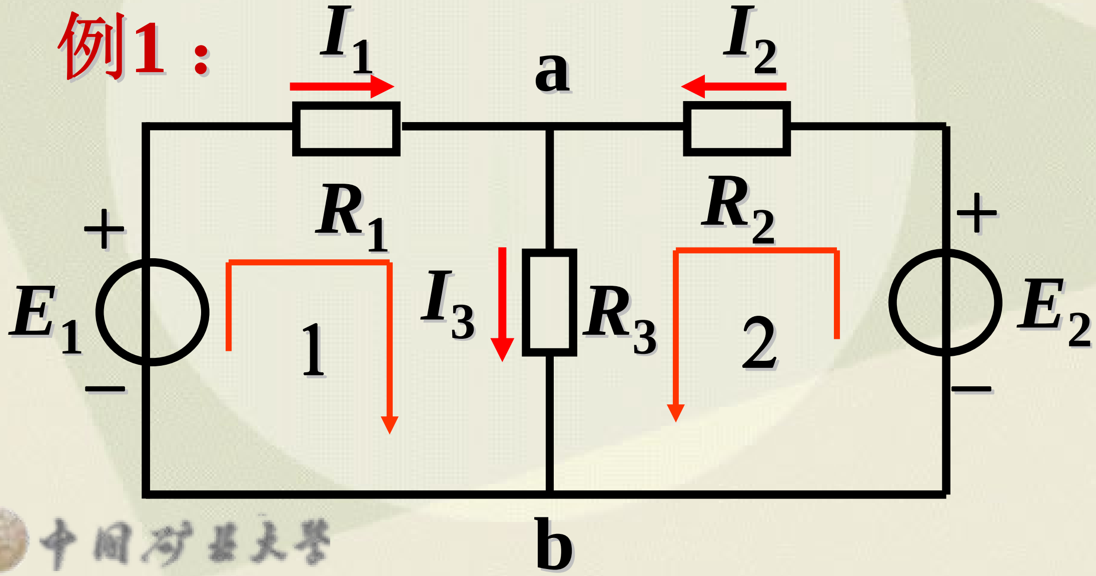
回路数 = 3　单孔回路（网孔）=2

若用支路电流法求各支路电流应列出三个方程

支路电流法的解题步骤:

1. 在图中标出各支路电流的参考方向，对选定的回路标出回路循行方向。
2. 应用 KCL 对结点列出 (n－1)个独立的结点电流方程。
3. 应用 KVL 对回路列出 b－(n－1) 个独立的回路电压方程(通常可取网孔列出)。
4. 联立求解 b 个方程，求出各支路电流。

例1：



对结点 a:

$$I_1+I_2-I_3=0$$

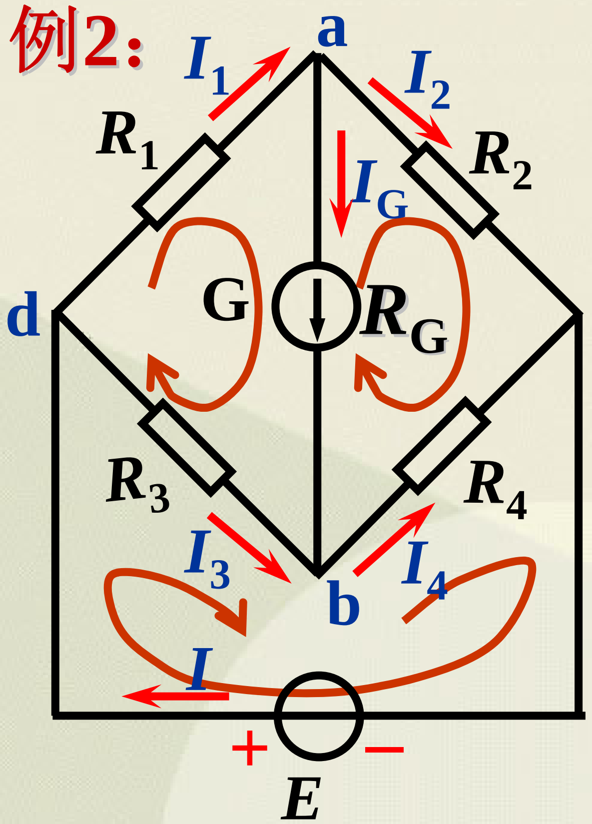
对网孔1:

$$I_1R_1+I_3R_3=E_1$$

对网孔2:

$$I_2R_2+I_3R_3=E_2$$

例2：



试求检流计中的电流I_G。

因支路数 b=6，所以要列6个方程。

(1) 应用KCL列(n-1)个结点电流方程

对结点 a： $I_1 - I_2 - I_G = 0$

对结点 b： $I_3 - I_4 + I_G = 0$

对结点 c： $I_2 + I_4 - I = 0$

(2) 应用KVL选网孔列回路电压方程

对网孔abda： $I_G R_G - I_3 R_3 + I_1 R_1 = 0$

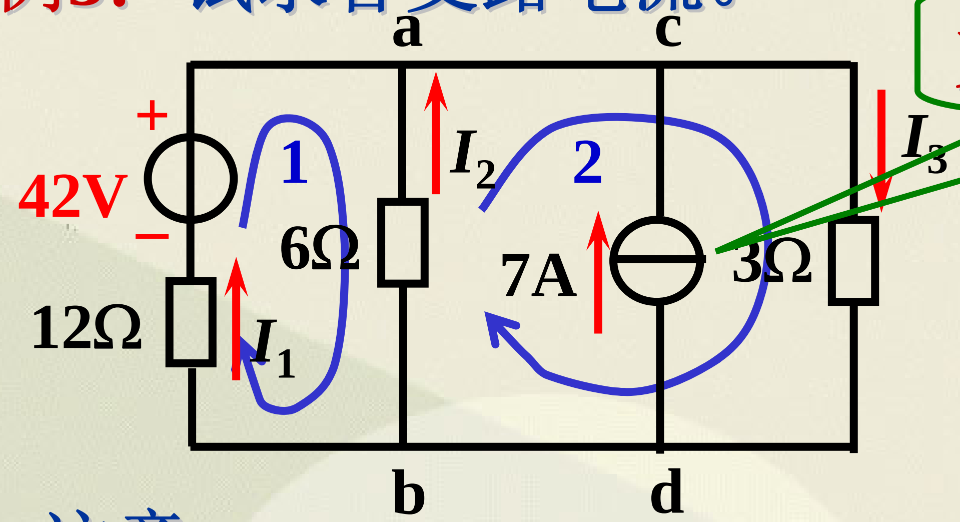
对网孔acba： $I_2 R_2 - I_4 R_4 - I_G R_G = 0$

对网孔bcdb： $I_4 R_4 + I_3 R_3 = E$

(3) 联立解出 I_G

支路电流法是电路分析中最基本的方法之一，但当支路数较多时，所需方程的个数较多，求解不方便。

例3：试求各支路电流。



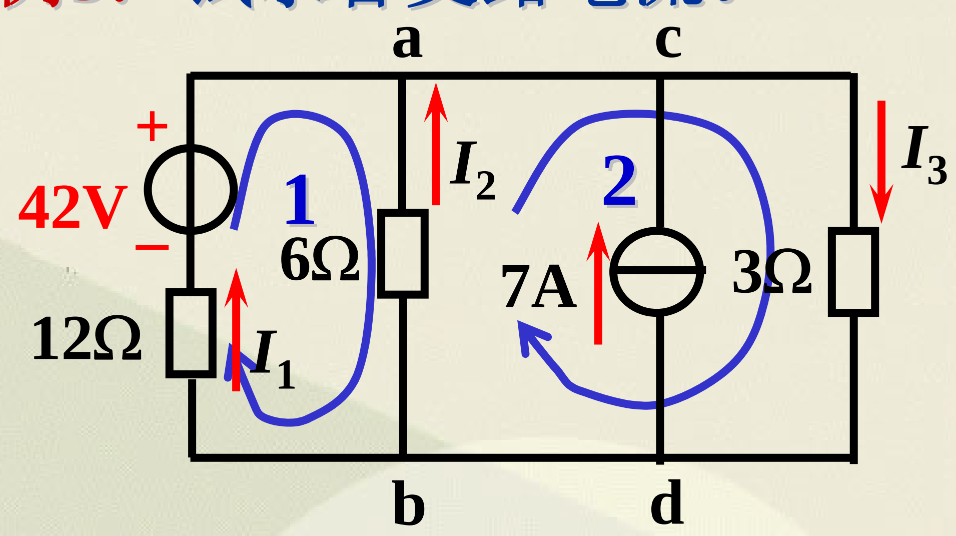
支路数b =4，但恒流源支路的电流已知，则未知电流只有3个，能否只列3个方程？可以。

注意：

(1) 当支路中含有恒流源时，若在列KVL方程时，所选回路中不包含恒流源支路，这时，电路中有几条支路含有恒流源，则可少列几个KVL方程。

(2) 若所选回路中包含恒流源支路，则因恒流源两端的电压未知，所以，有一个恒流源就出现一个未知电压，因此，在此种情况下不可少列KVL方程。

例3：试求各支路电流。



支路数b =4，但恒流源支路的电流已知，则未知电流只有3个，所以可只列3个方程。

当不需求a、c和b、d间的电流时，(a、c)(b、d)可分别看成一个结点。

支路中含有恒流源。

(1) 应用KCL列结点电流方程

对结点 a： $I_1 + I_2 – I_3 = – 7$

(2) 应用KVL列回路电压方程

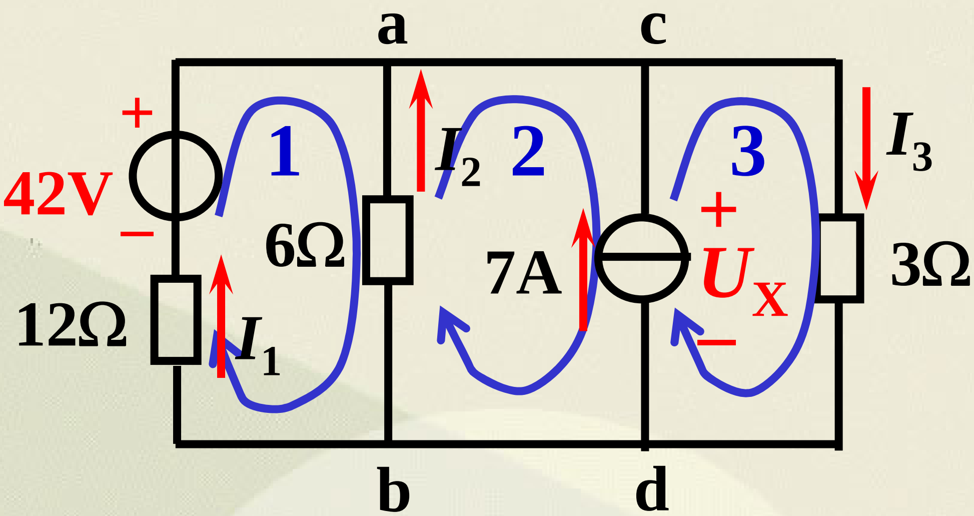
对回路1：$12I_1 – 6I_2 = 42$

对回路2：$6I_2 + 3I_3 = 0$

因所选回路不包含恒流源支路，所以，3个网孔列2个KVL方程即可。

(3) 联立解得：$I_1 = 2A$，$I_2 = –3A$，$I_3 = 6A$

例3：试求各支路电流。



支路数b =4, 且恒流源支路 的电流已知。

(1) 应用KCL列结点电流方程

对结点 a： $I_1 + I_2 - I_3 = -7$

(2) 应用KVL列回路电压方程

对回路1： $12I_1 - 6I_2 = 42$

对回路2： $6I_2 + U_X = 0$

对回路3： $-U_X + 3I_3 = 0$

(3) 联立解得： $I_1 = 2A$， $I_2 = -3A$， $I_3 = 6A$

因所选回路中包含恒流源支路，而恒流源两端的电压未知，所以有3个网孔则要列3个KVL方程。

2.5 结点电压法

结点电压的概念：

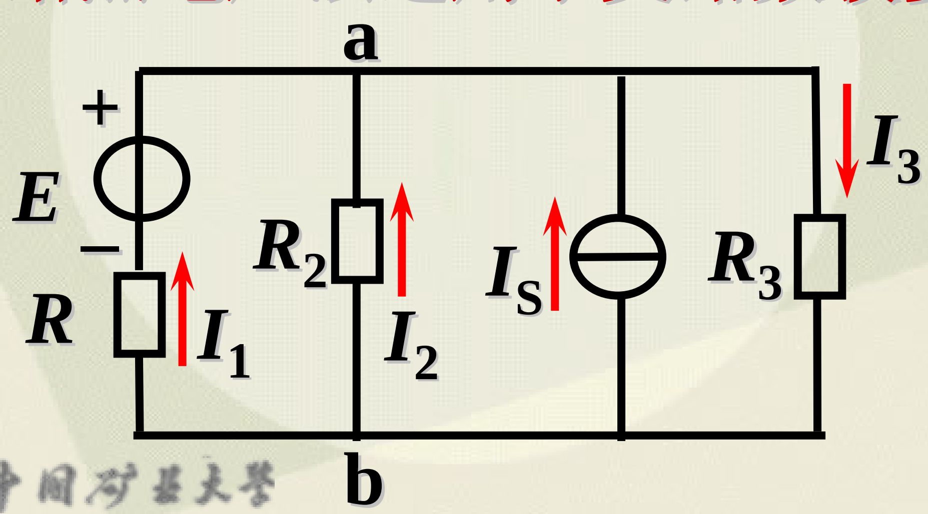
任选电路中某一结点为零电位参考点(用⊥表示)，其它各结点对参考点的电压，称为结点电压。

结点电压的参考方向从结点指向参考结点。

结点电压法： 以结点电压为未知量，列方程求解。

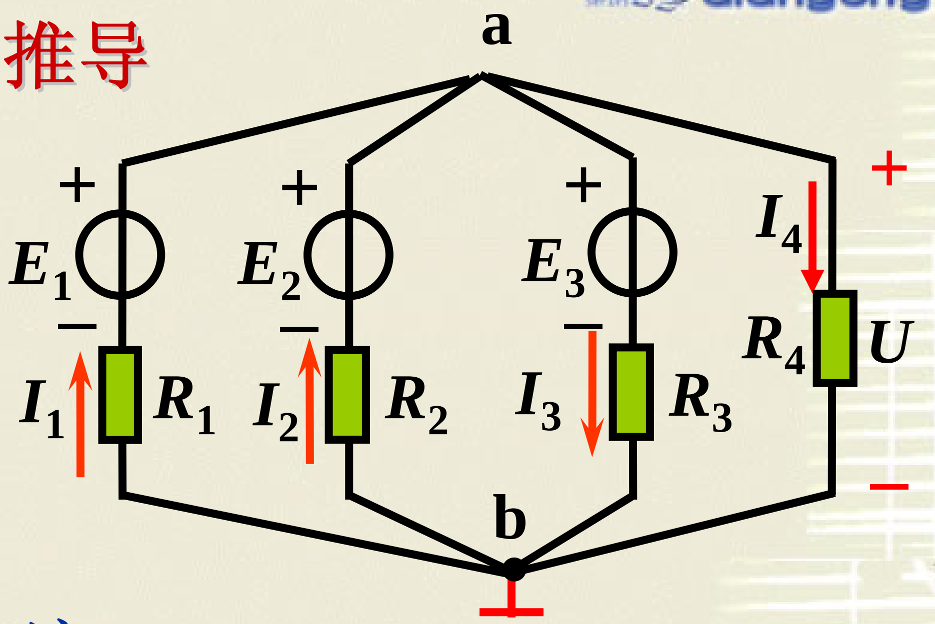
在求出结点电压后，可应用基尔霍夫定律或欧姆定律求出各支路的电流或电压。

结点电压法适用于支路数较多，结点数较少的电路。



在左图电路中只含有两个结点，若设 b 为参考结点，则电路中只有一个未知的结点电压。

2个结点的结点电压方程的推导



设：$V_b = 0$ V

结点电压为 U，参考方向从 a 指向 b。

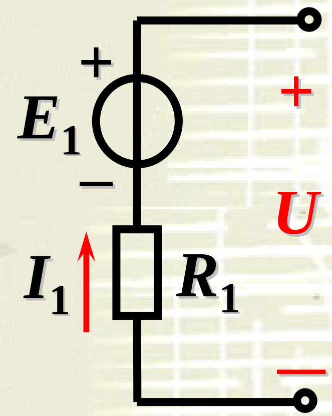
1. 用KCL对结点 a 列方程

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0$$

2. 应用欧姆定律求各支路电流

$$I_2 = \frac{E_2 - U}{R_2}$$

因为 $U = E_1 - I_1 R_1$



$$I_3 = \frac{-E_3 + U}{R_3} \qquad I_4 = \frac{U}{R_4}$$

所以 $I_1 = \dfrac{E_1 - U}{R_1}$

将各电流代入KCL方程则有

$$\frac{E_1-U}{R_1}+\frac{E_2+U}{R_2}-\frac{-E_3-U}{R_3}-\frac{U}{R_4}=0$$

整理得

$$U=\frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}}$$

即结点电压公式

$$U=\frac{\sum\frac{E}{R}}{\sum\frac{1}{R}}$$

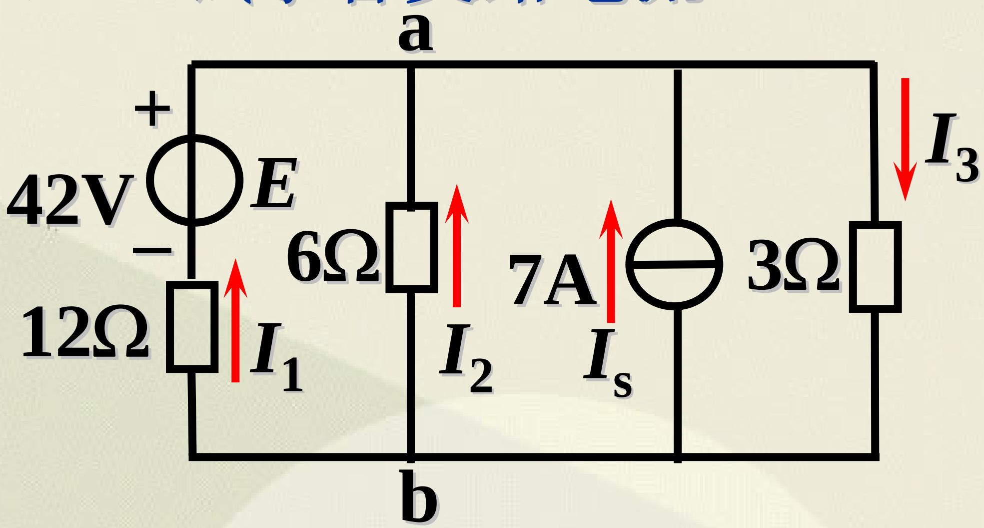
注意：

(1) 上式仅适用于两个结点的电路。

(2) 分母是各支路电导之和, 恒为正值；
分子中各项可以为正，也可以可负。

(3) 当电动势E 与结点电压的参考方向相反时取正号，相同时则取负号，而与各支路电流的参考方向无关。

例1：试求各支路电流。



解: (1) 求结点电压 U_{ab}

电路中有一条支路是理想电流源，故节点电压的公式要改为

$$U_{ab}=\frac{\frac{E}{R}+I_S}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

I_S与U_{ab}的参考方向相反取正号，反之取负号。

$$\therefore U_{ab}=\frac{\frac{42}{12}+7}{\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{3}}\text{V}=18\ \text{V}$$

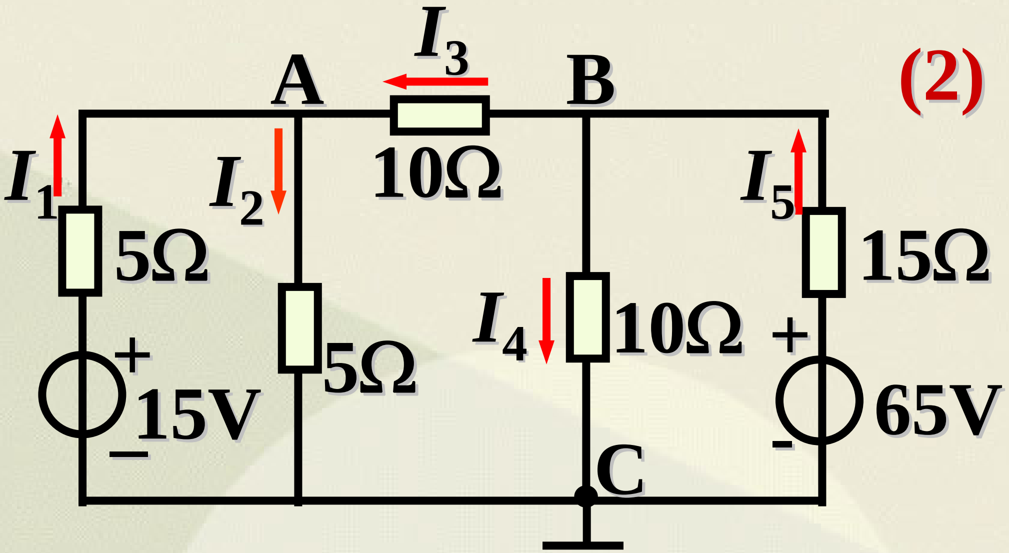
(2) 应用欧姆定律求各电流

$$I_1=\frac{42-U_{ab}}{12}=\frac{42-18}{12}\text{A}=2\text{A}$$

$$I_2=-\frac{U_{ab}}{6}=-\frac{18}{6}\text{A}=-3\text{A}$$

$$I_3=\frac{U_{ab}}{3}=\frac{18}{3}=6\text{A}$$

例2: 计算电路中A、B 两点的电位。C点为参考点。



解: (1) 应用KCL对结点A和 B列方程

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ I_5 - I_3 - I_4 = 0 \end{cases}$$

(2) 应用欧姆定律求各电流

$$I_1 = \frac{15 - V_A}{5} \qquad I_2 = \frac{V_A}{5}$$

$$I_3 = \frac{V_B - V_A}{10} \qquad I_4 = \frac{V_B}{10}$$

$$I_5 = \frac{65 - V_B}{15}$$

(3) 将各电流代入KCL方程，整理后得

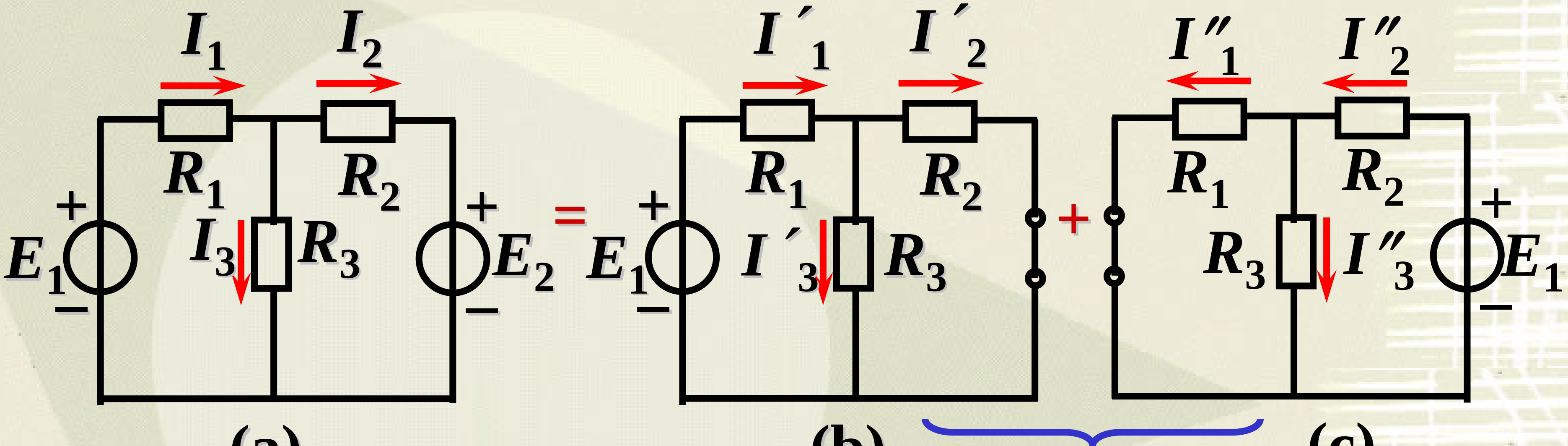
$$\begin{cases} 5V_A - V_B = 30 \\ -3V_A + 8V_B = 130 \end{cases}$$

解得: $V_A = 10\text{V}$

$V_B = 20\text{V}$

2.6 叠加原理

叠加原理：对于**线性电路**，任何一条支路的电流，都可以看成是由电路中各个电源（电压源或电流源）分别作用时，在此支路中所产生的电流的代数和。

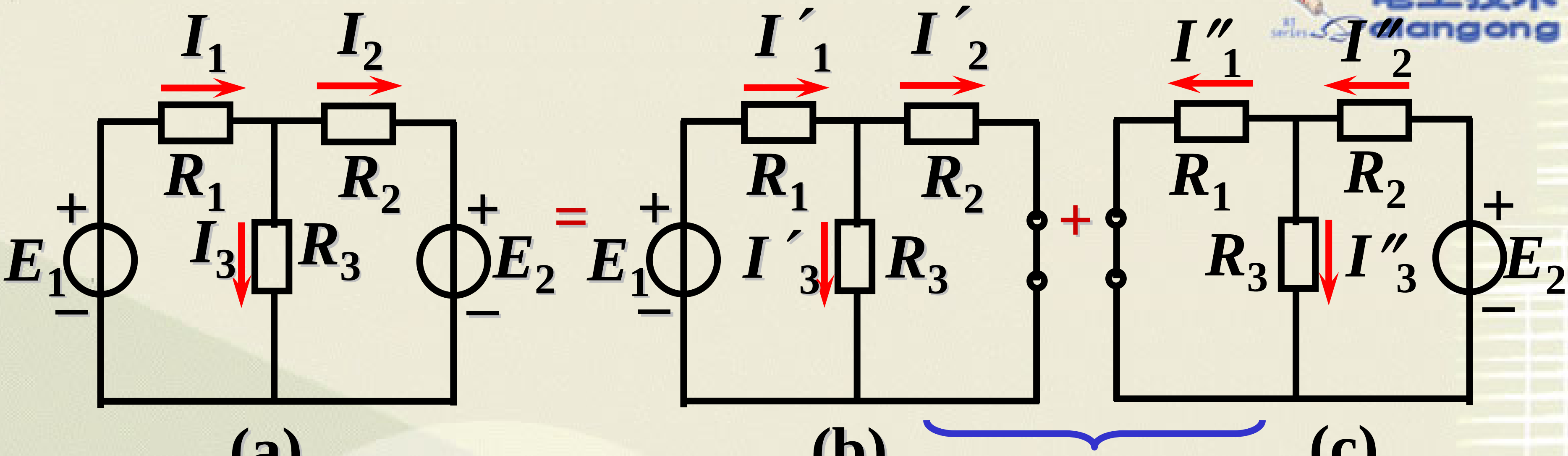


(a) 原电路

(b) E_1 单独作用

(c) E_2单独作用

叠加原理



(a) 原电路

(b) E_1 单独作用

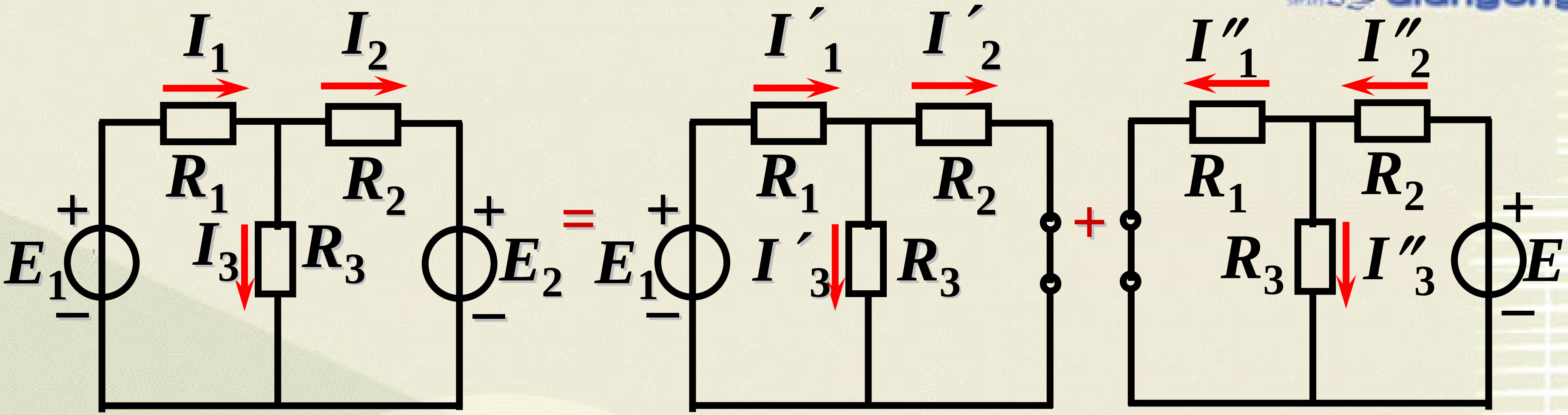
(c) E_2单独作用

E_1 单独作用时((b)图)

$$I_1' = \frac{E_1}{R_1 + R_2 // R_3} = \frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} E_1$$

E_2单独作用时((c)图)

$$I_1'' = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \times \frac{E_2}{R_2 + R_1 // R_3} = \frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1} E_2$$



(a) 原电路

(b) E_1 单独作用

(c) E_2单独作用

$$I_1 = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}\right)E_1 - \left(\frac{R_3}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}\right)E_2$$

同理:

$$I_2 = -I'_2 + I''_2$$

$$I_3 = I'_3 + I''_3$$

用支路电流法证明

见教材P50

注意事项:

① 叠加原理只适用于线性电路。

② 线性电路的电流或电压均可用叠加原理计算，

但功率*P*不能用叠加原理计算。例:

$$P_1 = I_1^2 R_1 = (I_1' + I_1'')^2 R_1 \neq I_1'^2 R_1 + I_1''^2 R_1$$

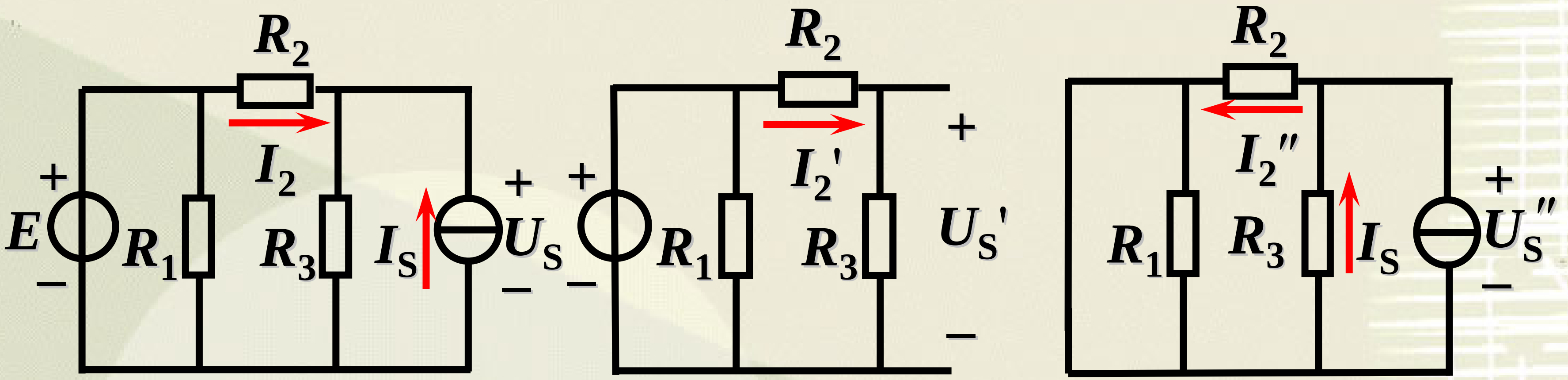
③ 不作用电源的处理:

$E = 0$，即将E 短路； $I_s = 0$，即将 I_s 开路 。

④ 解题时要标明各支路电流、电压的参考方向。若分电流、分电压与原电路中电流、电压的参考方向相反时，叠加时相应项前要带负号。

⑤ 应用叠加原理时可把电源分组求解 ，即每个分电路中的电源个数可以多于一个。

例1: 电路如图，已知 E =10V、I_S=1A，R_1=10Ω，R_2= R_3= 5Ω，试用叠加原理求流过 R_2的电流 I_2和理想电流源 I_S 两端的电压 U_S。



(a)

(b) E单独作用 将 I_S 断开

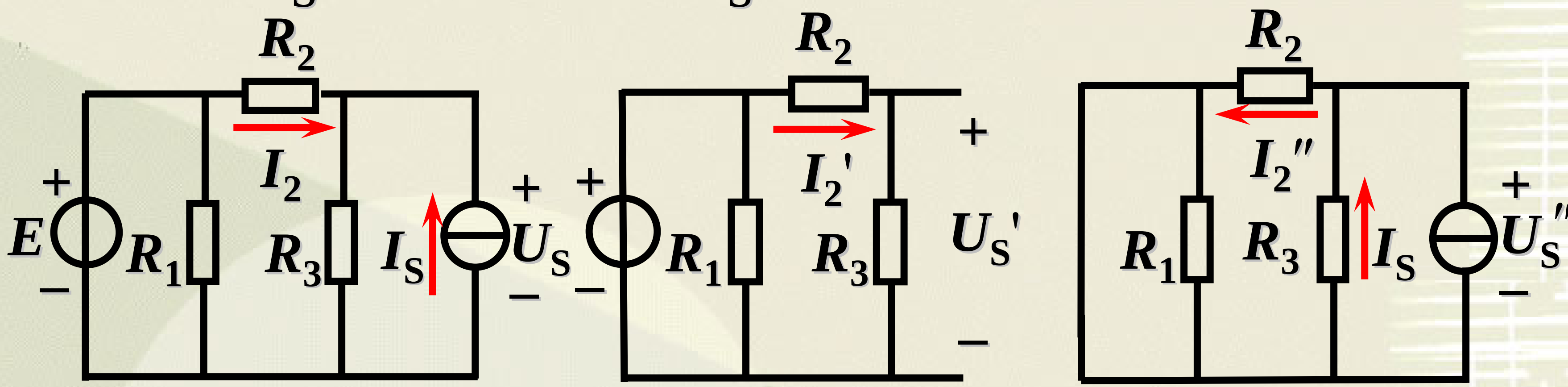
(c) I_S单独作用 将 E 短接

解: 由图(b)

$$I_2' = \frac{E}{R_2 + R_3} = \frac{10}{5+5}\text{A} = 1\text{A}$$

$$U_S' = I_2' R_2 = 1 \times 5\text{V} = 5\text{V}$$

例1: 电路如图，已知 E =10V、I_S=1A，R_1=10Ω，R_2= R_3= 5Ω，试用叠加原理求流过 R_2的电流 I_2和理想电流源 I_S 两端的电压 U_S。



(a)　　(b) E单独作用　　(c) I_S单独作用

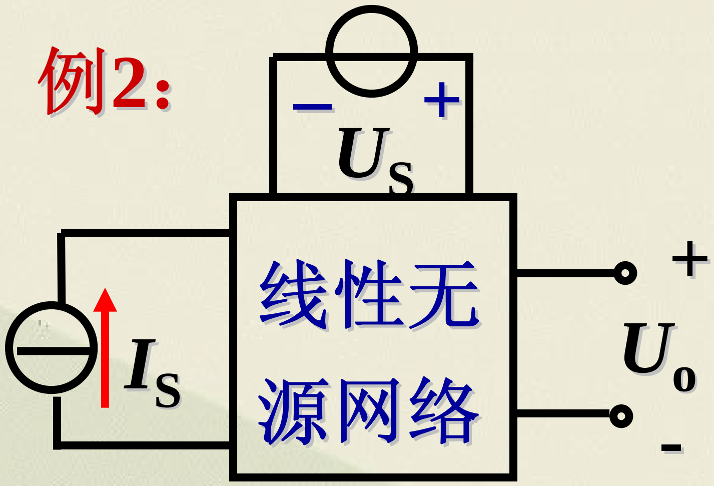
解：由图(c) $I_2'' = \dfrac{R_3}{R_2 + R_3} I_S = \dfrac{5}{5+5} \times 1 = 0.5\text{A}$

$$U_S'' = I_2' R_2 = 0.5 \times 5\text{V} = 2.5\text{V}$$

所以 $I_2 = I_2' - I_2'' = 1\text{A} - 0.5\text{A} = 0.5\text{A}$

$$U_S = U_S' + U_S'' = 5\text{V} + 2.5\text{V} = 7.5\text{V}$$

例2:



已知:

U_S =1V、I_S=1A 时， U_o=0V

U_S =10 V、I_S=0A 时，U_o=1V

求:

U_S = 0 V、I_S=10A 时， U_o=?

解：电路中有两个电源作用，根据叠加原理可设

$$U_o = K_1U_S + K_2I_S$$

当 U_S = 1V、I_S=1A 时， 得 $0 = K_1\times 1 + K_2\times 1$

当 U_S =10 V、I_S=0A 时，得 $1 = K_1\times 10 + K_2\times 0$

联立两式解得： $K_1 = 0.1$、$K_2 = -0.1$

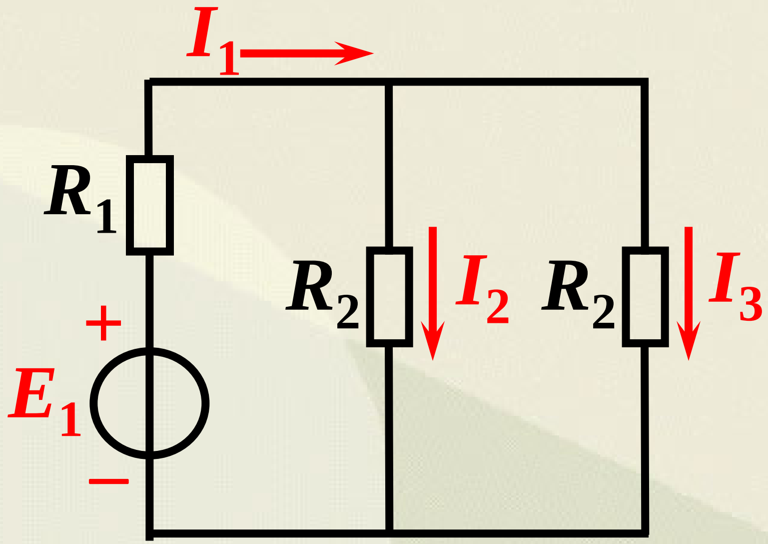
所以 $U_o = K_1U_S + K_2I_S$

$= 0.1\times 0 + (-0.1)\times 10 = -1\text{V}$

齐性定理

只有一个电源作用的线性电路中，各支路的电压或电流和电源成正比。

如图：



可见：

若 E_1 增加 n 倍，各电流也会增加 n 倍。

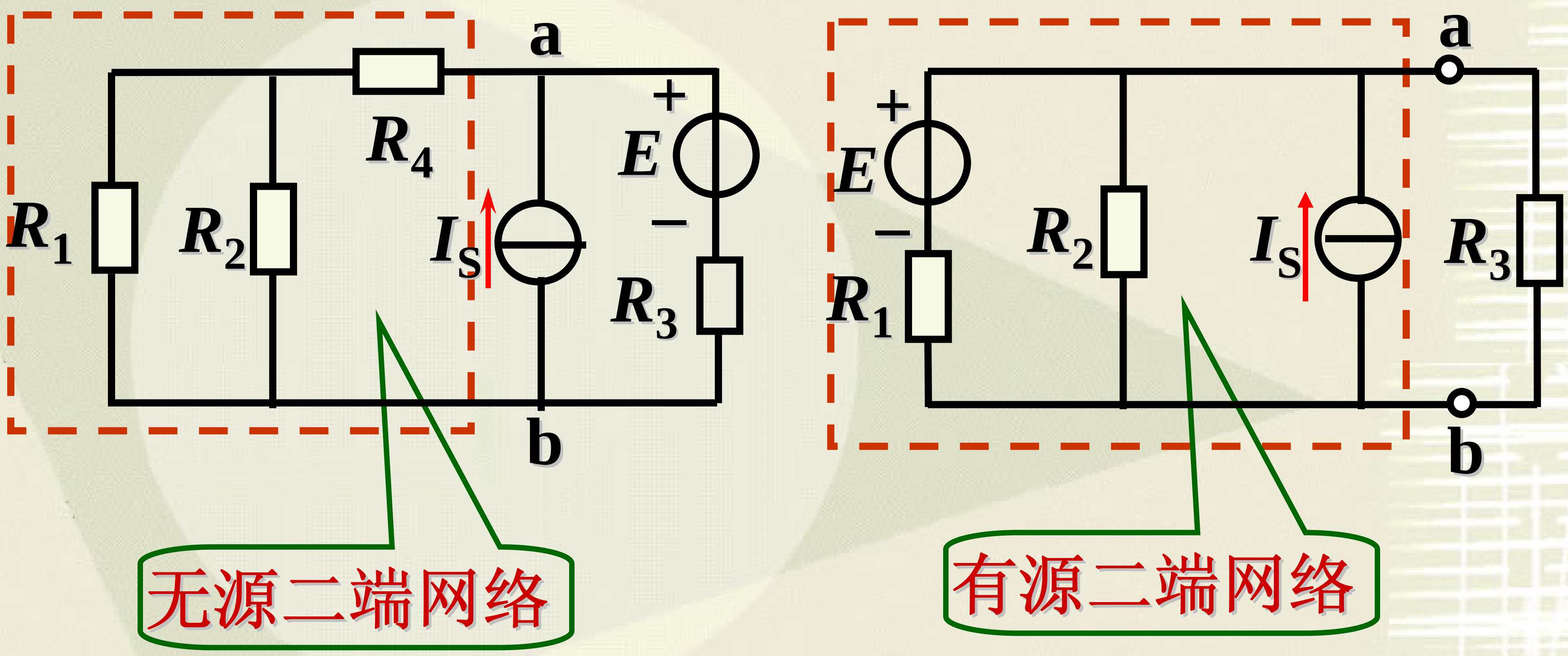
2.7 戴维宁定理与诺顿定理

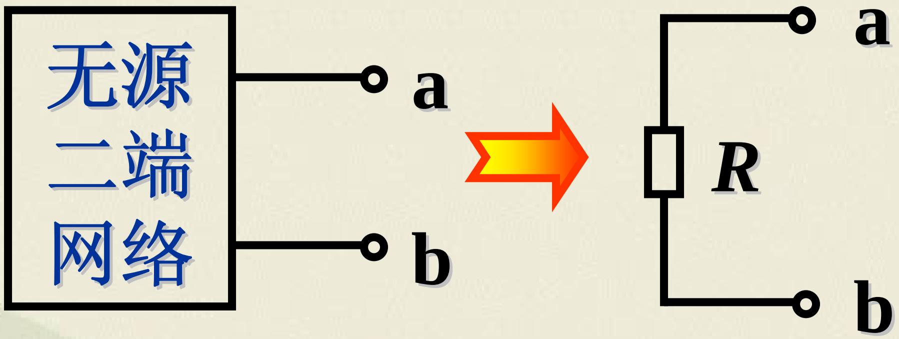
二端网络的概念：

二端网络：具有两个出线端的部分电路。

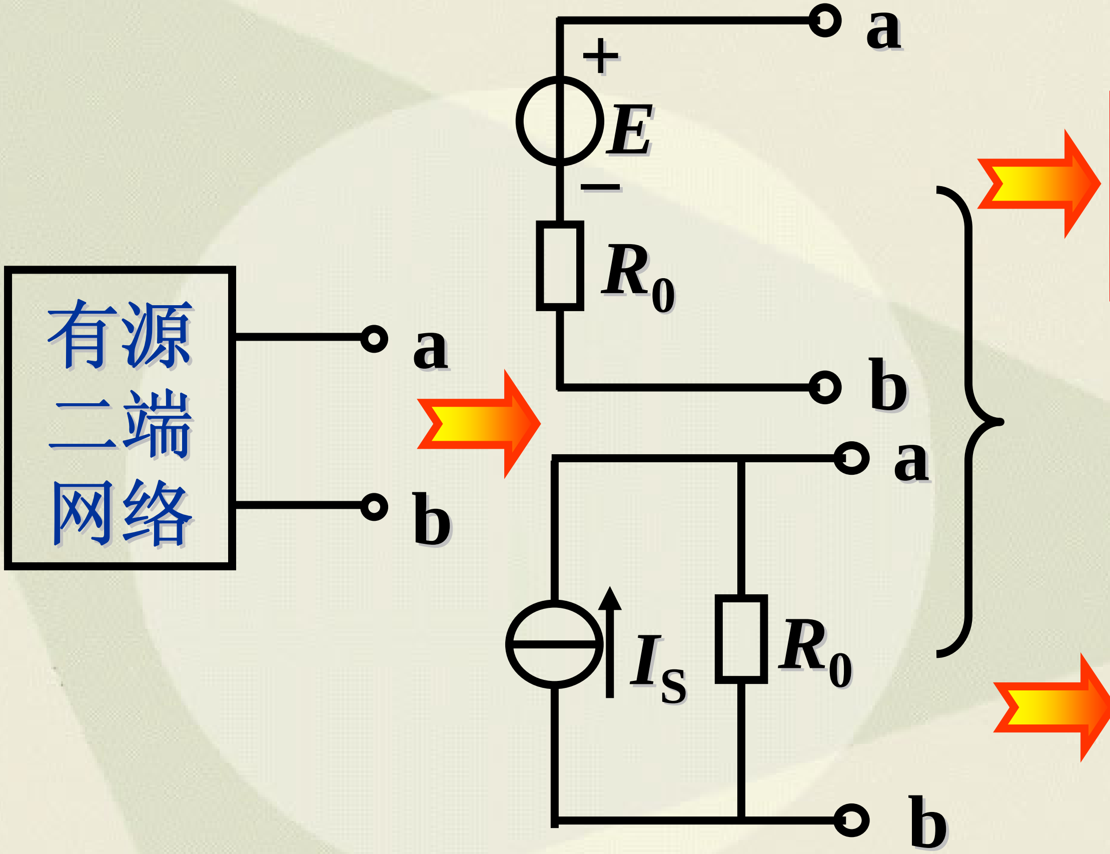
无源二端网络：二端网络中没有电源。

有源二端网络：二端网络中含有电源。





无源二端网络可化简为一个电阻



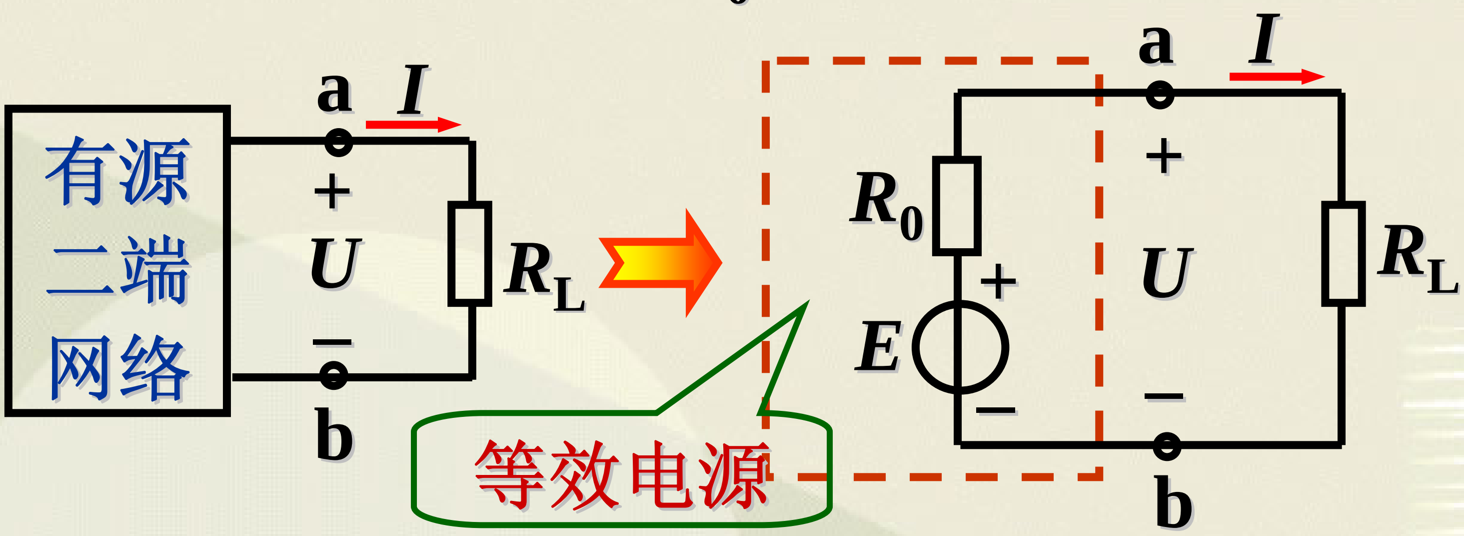
电压源（戴维宁定理）

有源二端网络可化简为一个电源

电流源（诺顿定理）

2.7.1 戴维宁定理

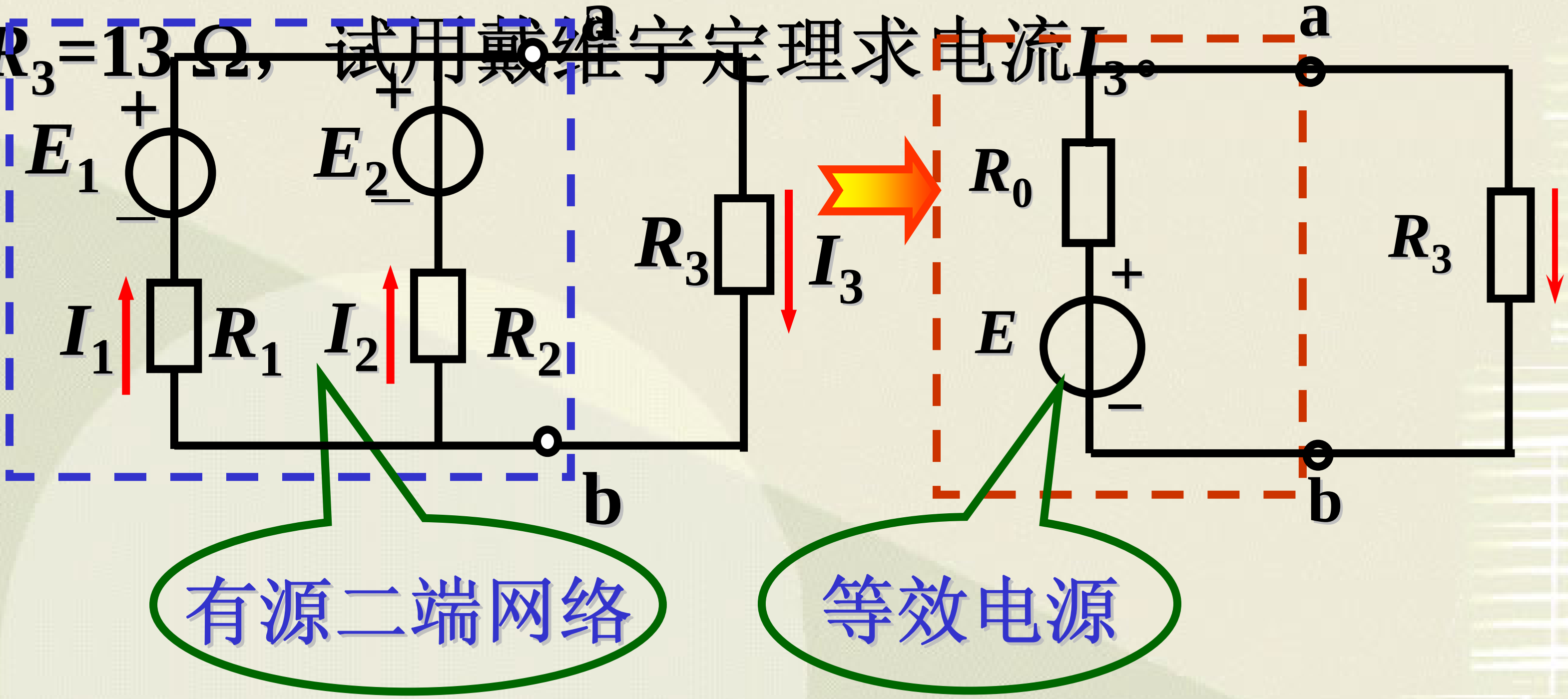
任何一个有源二端线性网络都可以用一个电动势为*E*的理想电压源和内阻 R_0 串联的电源来等效代替。



等效电源的电动势*E* 就是有源二端网络的开路电压U_0，即将负载断开后 a 、b两端之间的电压。

等效电源的内阻R_0等于有源二端网络中所有电源均除去（理想电压源短路，理想电流源开路）后所得到的无源二端网络 a 、b两端之间的等效电阻。

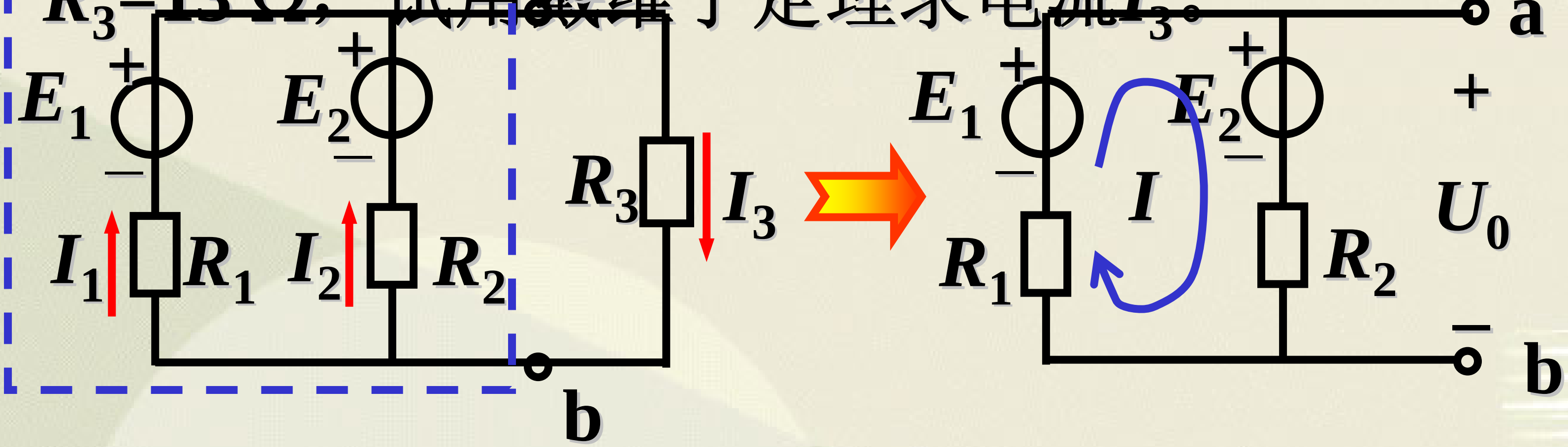
例1: 电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，$R_1=R_2$=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维宁定理求电流I_3。



注意：“等效”是指对端口外等效

即用等效电源替代原来的二端网络后，待求支路的电压、电流不变。

例1： 电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维宁定理求电流I_3。



解：(1) 断开待求支路求等效电源的电动势 E

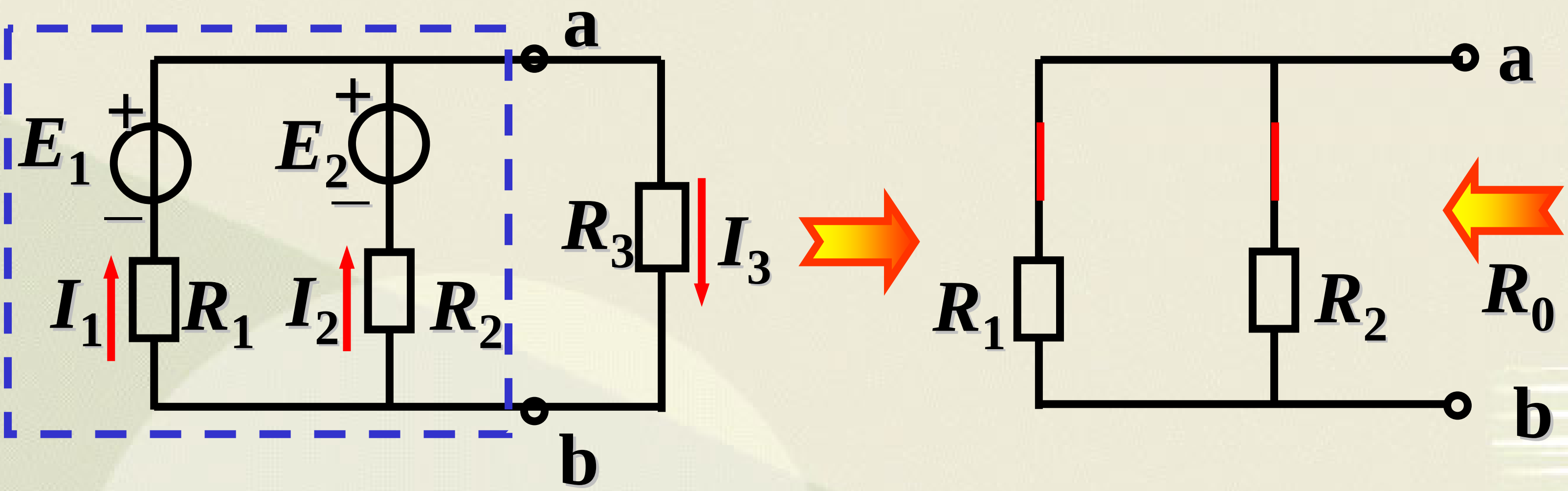
$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{40-20}{4+4}\,\mathrm{A} = 2.5\,\mathrm{A}$$

$$E = U_0 = E_2 + I R_2 = 20\mathrm{V} + 2.5 \times 4\ \mathrm{V} = 30\mathrm{V}$$

或：$E = U_0 = E_1 - I R_1 = 40\mathrm{V} - 2.5 \times 4\,\mathrm{V} = 30\mathrm{V}$

E 也可用结点电压法、叠加原理等其它方法求。

例1： 电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维宁定理求电流I_3。



解：(2) 求等效电源的内阻R_0

除去所有电源(理想电压源短路，理想电流源开路)

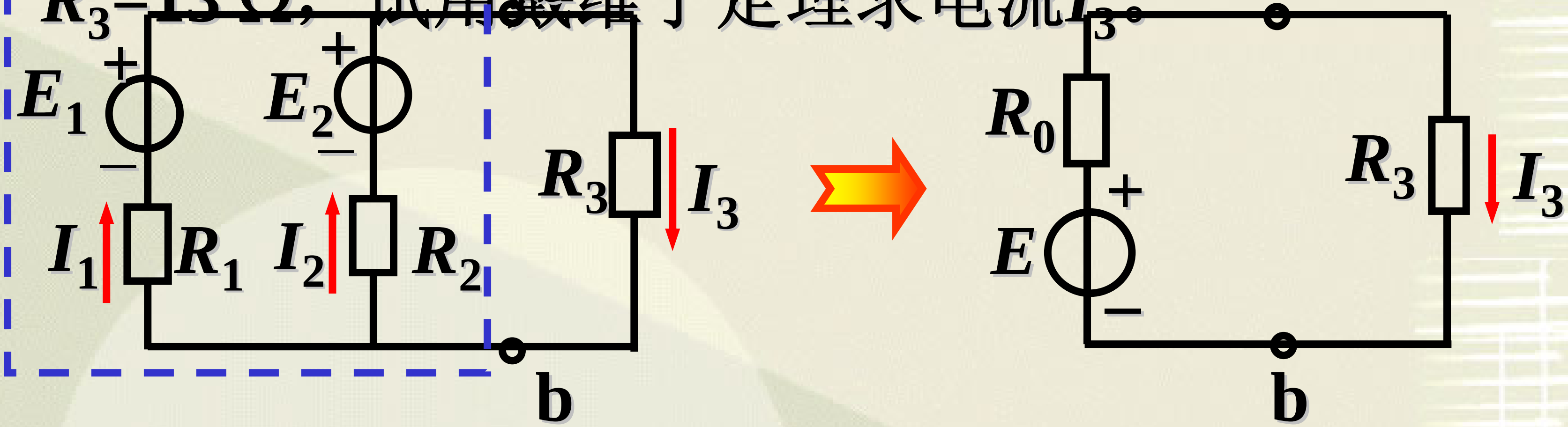
从a、b两端看进去，R_1 和 R_2 并联

所以，$R_0 = \dfrac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} = 2\Omega$

实验法求等效电阻

$R_0 = U_0 / I_{SC}$

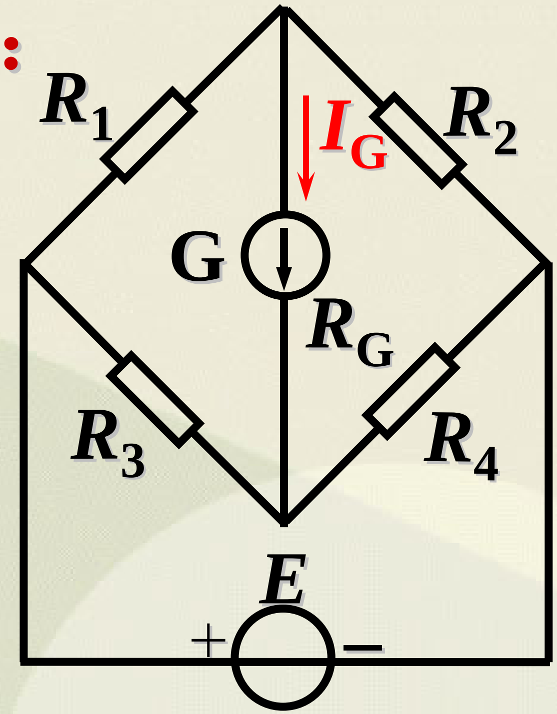
例1： 电路如图，已知E_1=40V，E_2=20V，R_1=R_2=4Ω，R_3=13 Ω，试用戴维宁定理求电流I_3。



解：(3) 画出等效电路求电流I_3

$$I_3 = \frac{E}{R_0 + R_3} = \frac{30}{2+13} \text{A} = 2\,\text{A}$$

例2：

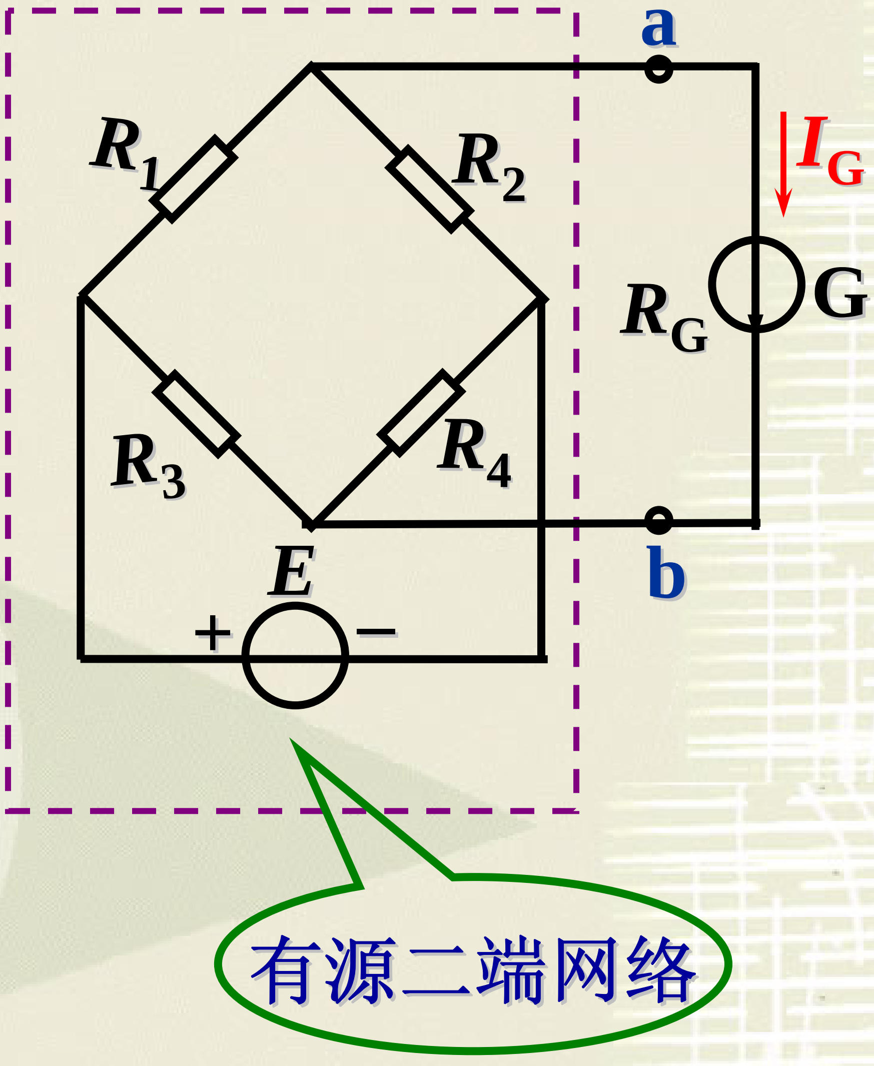


已知：R_1=5 Ω、 R_2=5 Ω

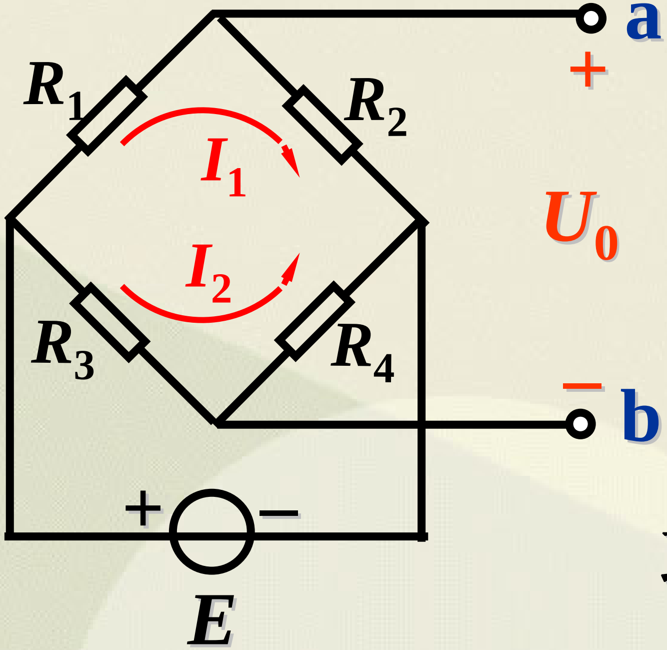
R_3=10 Ω、 R_4=5 Ω

E=12V、R_G=10 Ω

试用戴维宁定理求检流计中的电流I_G。



解：(1) 求开路电压U_0



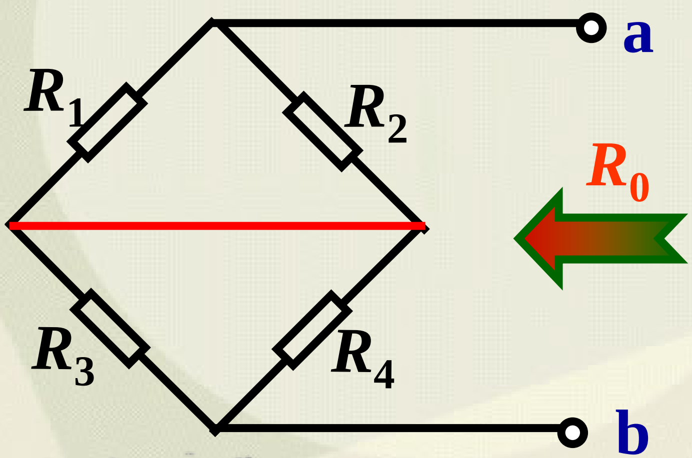
$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{12}{5+5}\text{A} = 1.2\text{A}$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = \frac{12}{10+5}\text{A} = 0.8\text{A}$$

$$E' = U_0 = I_1 R_2 - I_2 R_4$$
$$= 1.2 \times 5\text{V} - 0.8 \times 5\ \text{V} = 2\text{V}$$

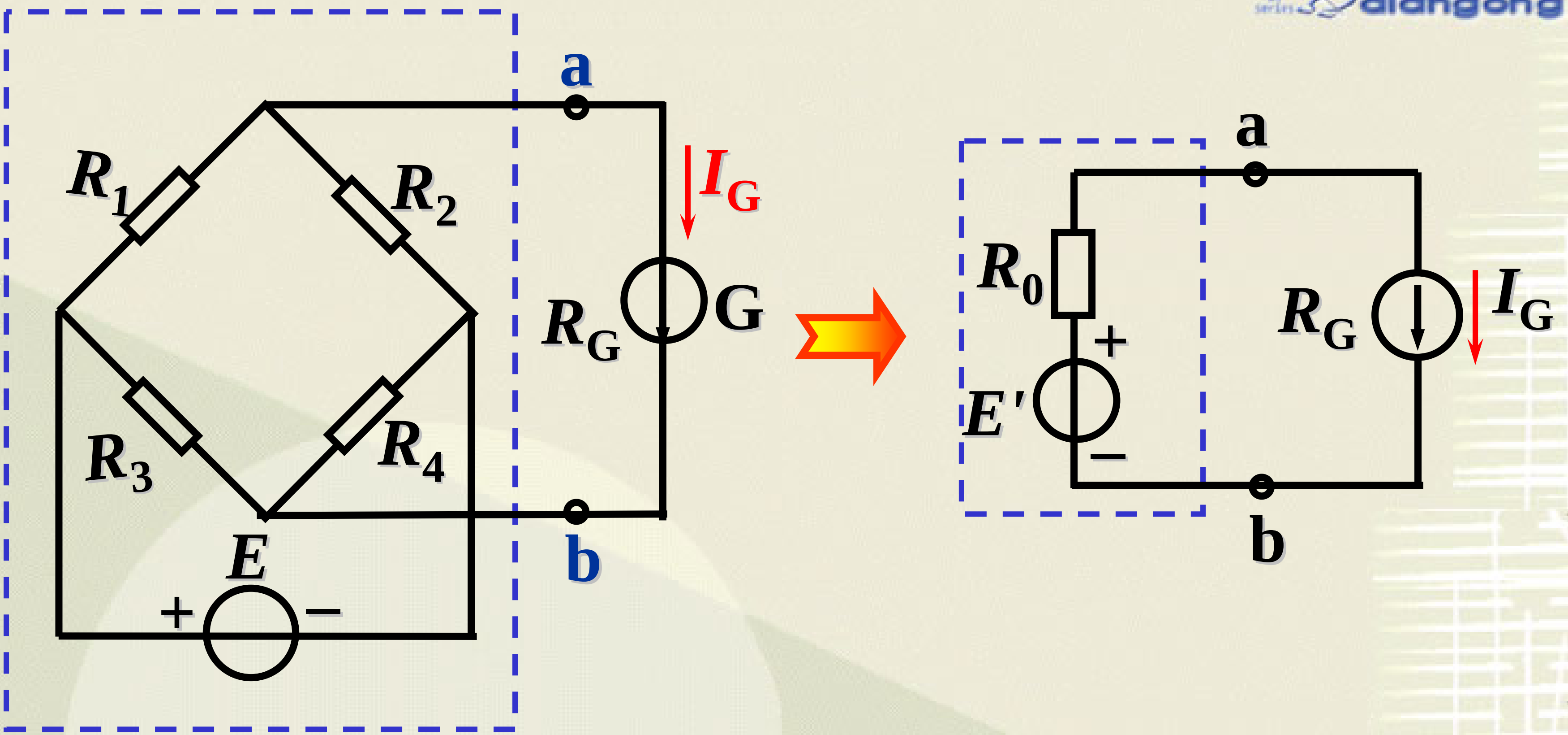
或：$E' = U_0 = I_2 R_3 - I_1 R_1$
$$= (0.8\times 10 - 1.2\times 5)\text{V} = 2\text{V}$$

(2) 求等效电源的内阻 R_0



从a、b看进去，R_1 和R_2 并联，R_3 和 R_4 并联，然后再串联。所以，$R_0 = \dfrac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2} + \dfrac{R_3 \times R_4}{R_3 + R_4}$

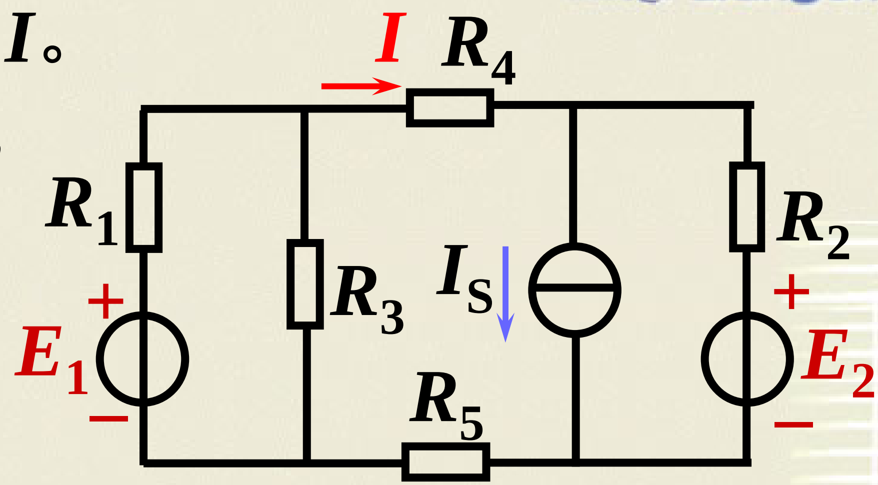
$$= 5.8\ \Omega$$



解：(3) 画出等效电路求检流计中的电流 I_G

$$I_G = \frac{E'}{R_0 + R_G} = \frac{2}{5.8+10}\text{A} = 0.126\text{A}$$

例2: 求图示电路中的电流 I。

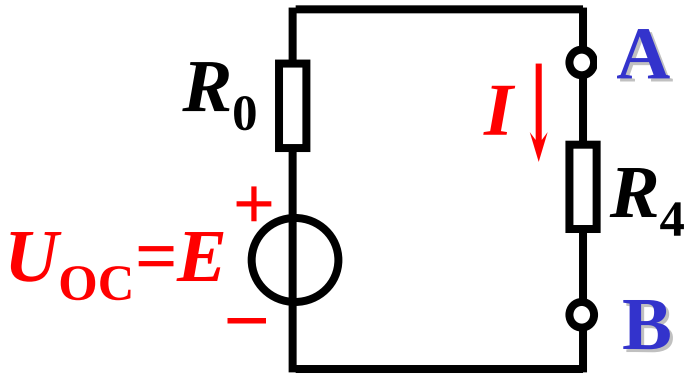


已知$R_1 = R_3 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $R_4 = 8\Omega$, $R_5 = 14\Omega$, $E_1 = 8V$, $E_2 = 5V$, $I_S = 3A$。

解: (1)求U_{OC}

$$I_3 = \frac{E_1}{R_1 + R_3} = 2A$$

$$U_{OC} = I_3 R_3 - E_2 + I_S R_2$$
$$= 14V$$



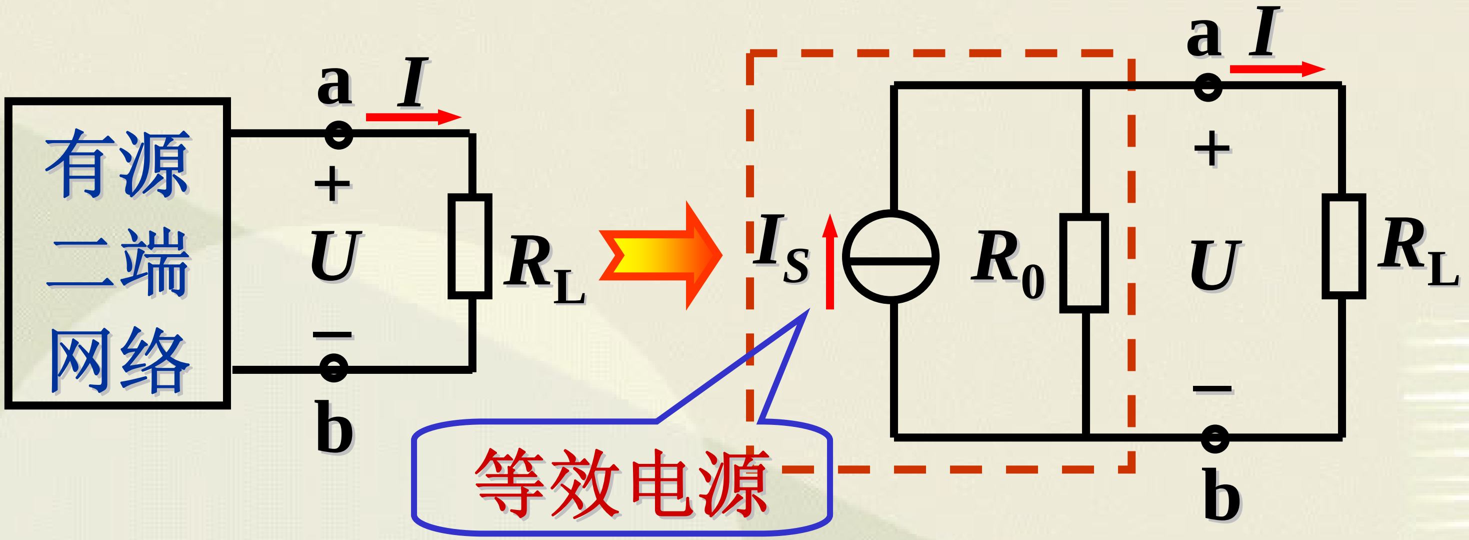
(2)求 R_0

$$R_0 = (R_1 // R_3) + R_5 + R_2 = 20\ \Omega$$

(3) 求 I $\quad I = \dfrac{E}{R_0 + R_4} = 0.5A$

2.7.2 诺顿定理

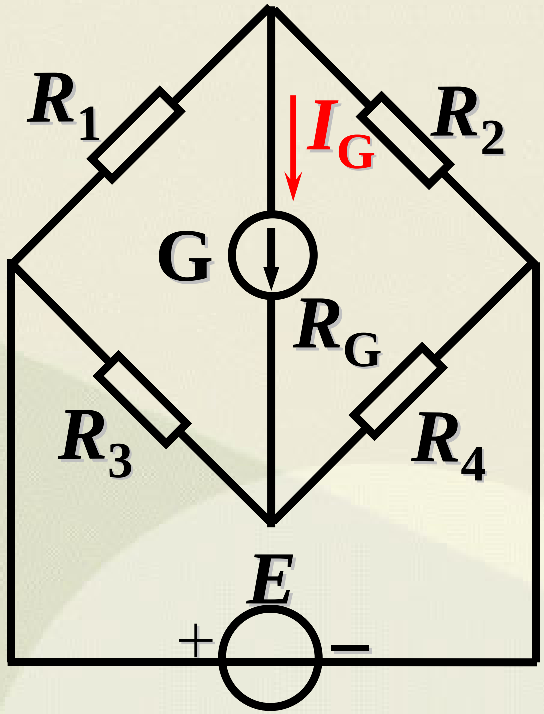
任何一个有源二端线性网络都可以用一个电流为I_S的理想电流源和内阻 R_0 并联的电源来等效代替。



等效电源的电流 I_S 就是有源二端网络的短路电流，即将 a 、b两端短接后其中的电流。

等效电源的内阻R_0等于有源二端网络中所有电源均除去（理想电压源短路，理想电流源开路）后所得到的无源二端网络 a 、b两端之间的等效电阻。

例1:

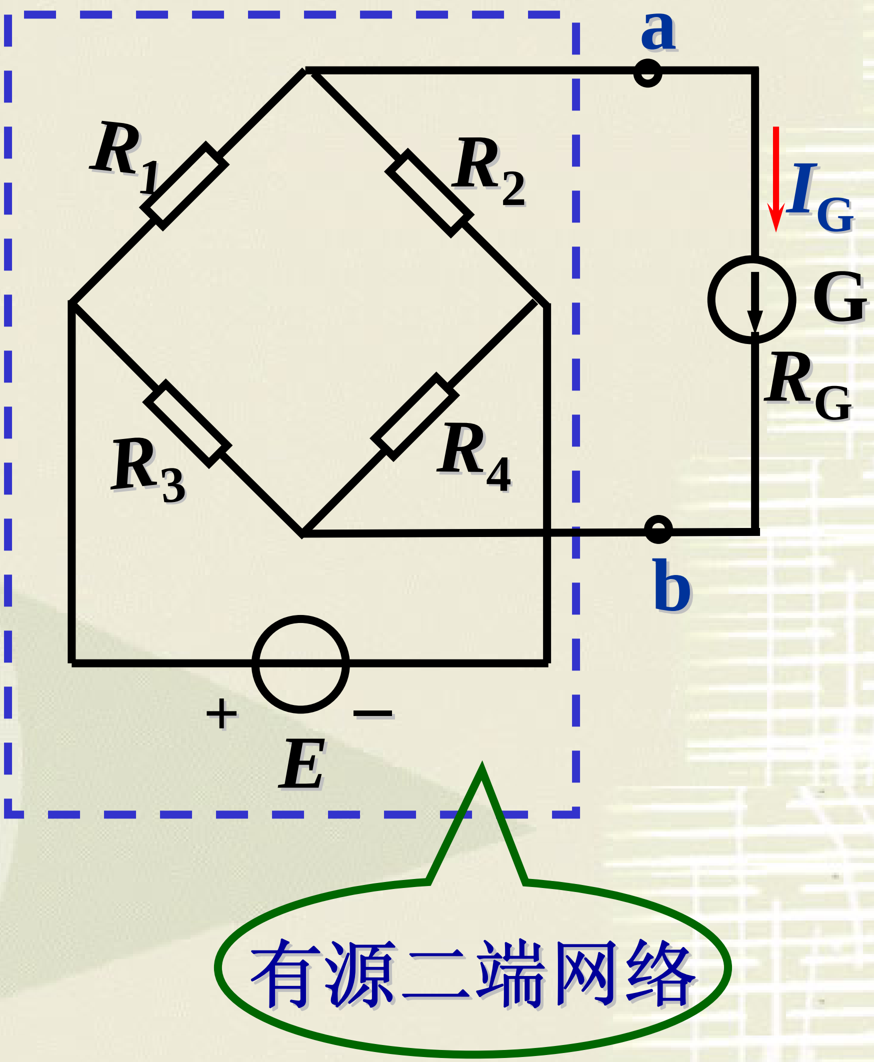


已知：R_1=5 Ω、 R_2=5 Ω

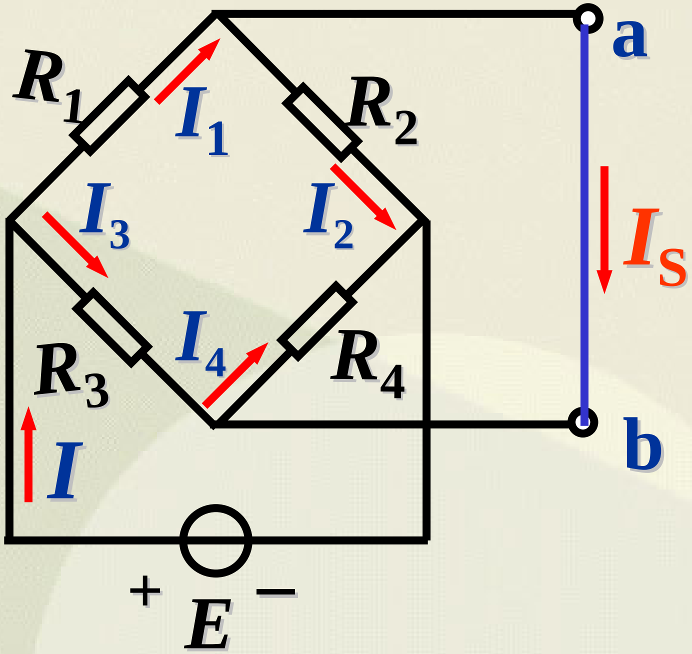
R_3=10 Ω、 R_4=5 Ω

E=12V、R_G=10 Ω

试用诺顿定理求检流计中的电流I_G。



解: (1) 求短路电流I_S



因 a、b两点短接，所以对电源 E 而言，R_1 和R_3 并联，R_2 和 R_4 并联，然后再串联。

$$R = (R_1 // R_3) + (R_2 // R_4)$$
$$= 5.8\Omega$$

$$I = \frac{E}{R} = \frac{12}{5.8}\text{A} = 2.07\text{A}$$

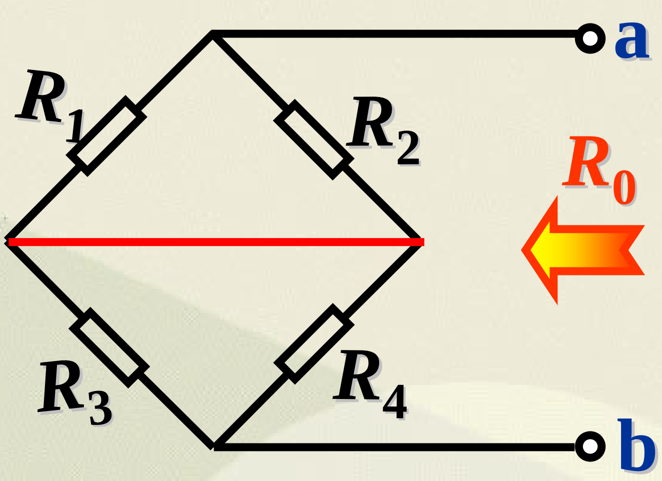
$$I_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} I = \frac{10}{10+5} \times 2.07\text{A}$$
$$= 1.38\text{A}$$

$$I_2 = I_4 = \frac{1}{2} I = 1.035\text{A}$$

$$I_S = I_1 - I_2$$
$$= 1.38\text{A} - 1.035\text{A}$$
$$= 0.345\text{A}$$

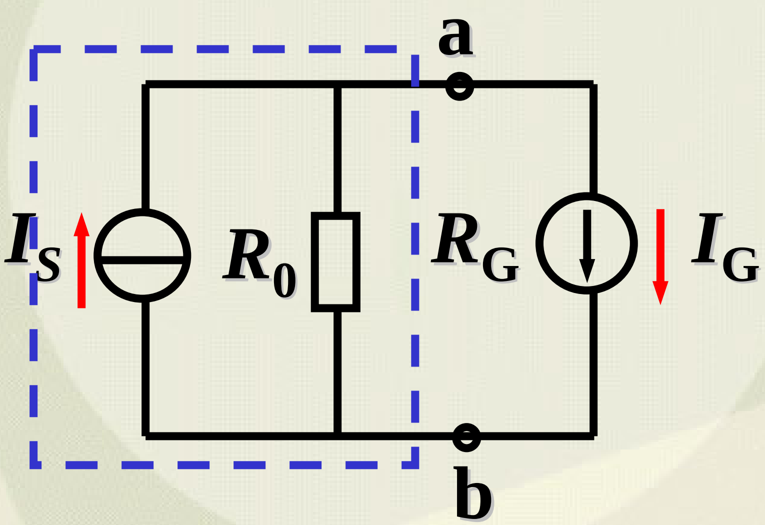
或: $I_S = I_4 - I_3$

(2) 求等效电源的内阻 R_0



$$R_0 = (R_1 // R_2) + (R_3 // R_4)$$
$$= 5.8\Omega$$

(3) 画出等效电路求检流计中的电流 I_G



$$I_G = \frac{R_0}{R_0 + R_G} I_S$$
$$= \frac{5.8}{5.8 + 10} \times 0.345\text{A}$$
$$= 0.126\text{ A}$$

2.8 受控源电路的分析

独立电源：指电压源的电压或电流源的电流不受外电路的控制而独立存在的电源。

受控电源：指电压源的电压或电流源的电流受电路中其它部分的电流或电压控制的电源。

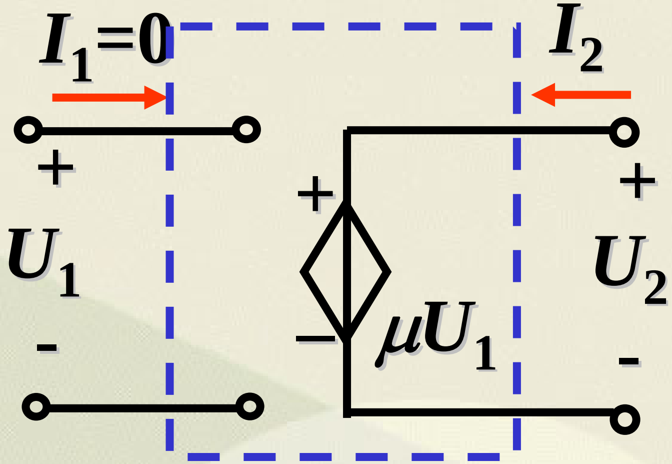
受控源的特点：当控制电压或电流消失或等于零时，受控源的电压或电流也将为零。

对含有受控源的线性电路，可用前几节所讲的电路分析方法进行分析和计算，但要考虑受控的特性。

应用：用于晶体管电路的分析。

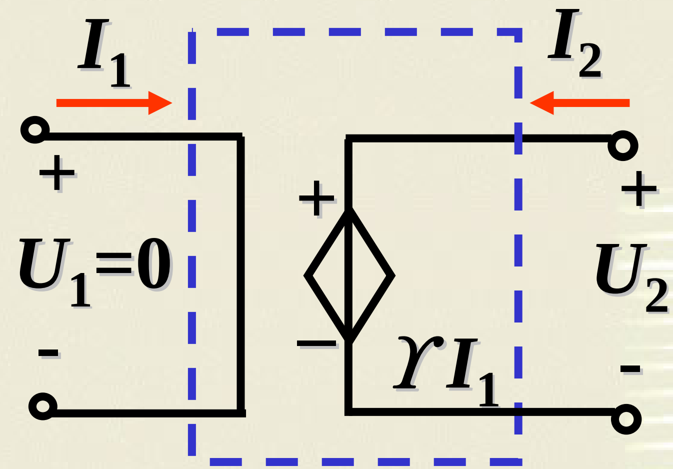
四种理想受控电源的模型

电压控制电压源



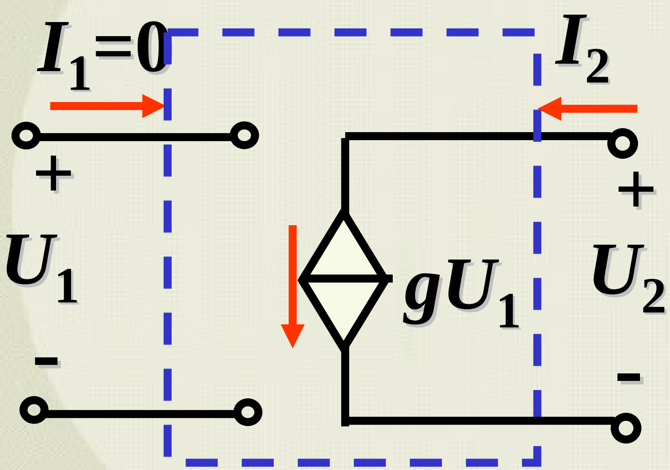
(a)VCVS

电流控制电压源



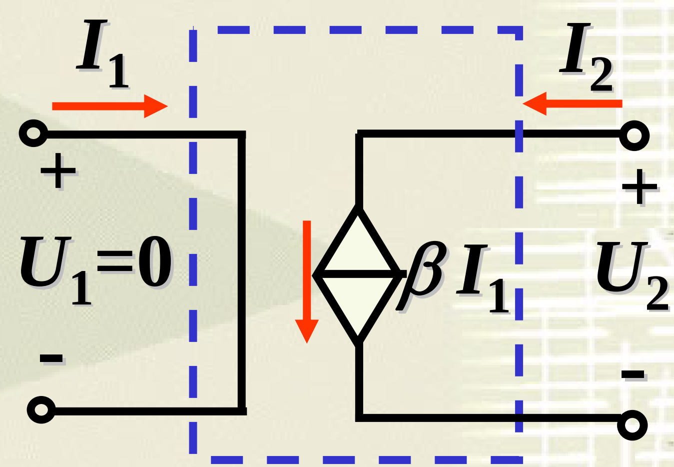
(b)CCVS

电压控制电流源



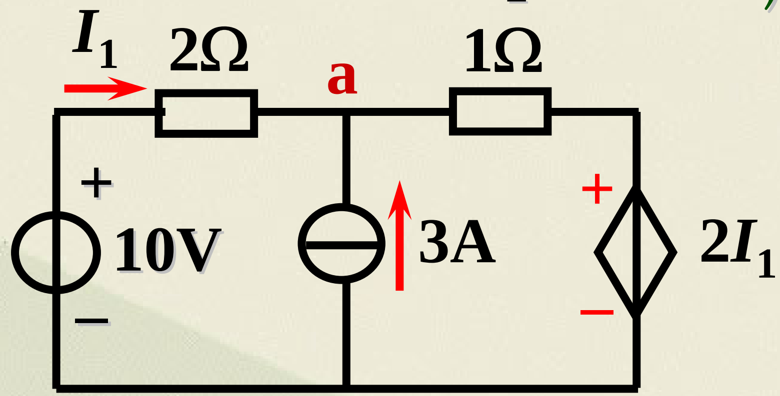
(c) VCCS

电流控制电流源



(d) CCCS

例1: 试求电流 I_1 。



解法1：用支路电流法

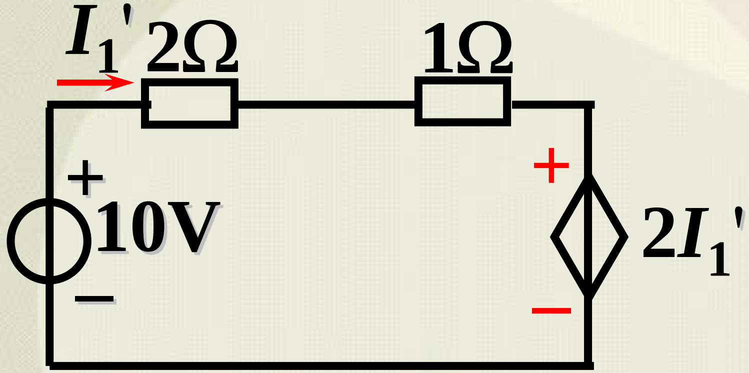
对结点 a：$I_1+I_2=-3$

对大回路：$2I_1-I_2+2I_1=10$

解得：$I_1=1.4\ \text{A}$

解法2：用叠加原理

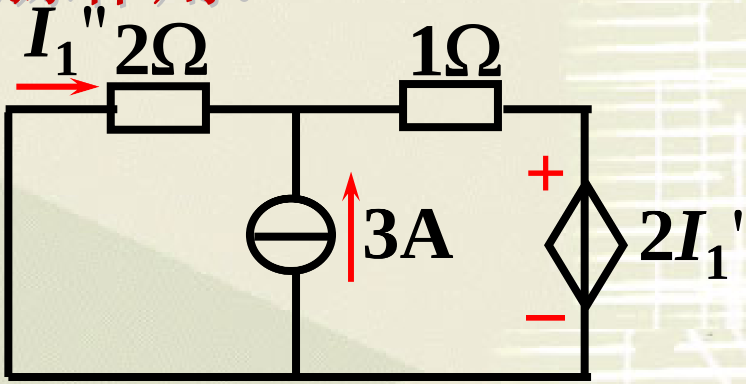
电压源作用：



$$2I_1'+I_1'+2I_1'=10$$

$$I_1'=2\text{A}$$

电流源作用：



对大回路：

$$2I_1''+(3-I_1'')\times 1+2I_1''=0$$

$$I_1''=-0.6\text{A}$$

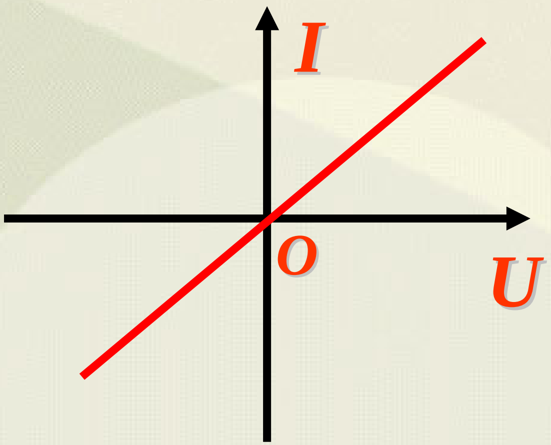
$$I_1=I_1'+I_1''=2-0.6=1.4\text{A}$$

2.9 非线性电阻电路的分析

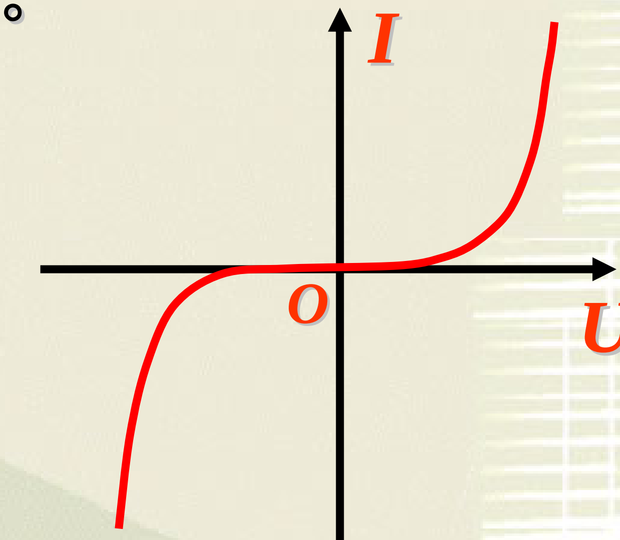
1. 非线性电阻的概念

线性电阻：电阻两端的电压与通过的电流成正比。

线性电阻值为一常数。



线性电阻的伏安特性



半导体二极管的伏安特性

非线性电阻：电阻两端的电压与通过的电流不成正比。

非线性电阻值不是常数。

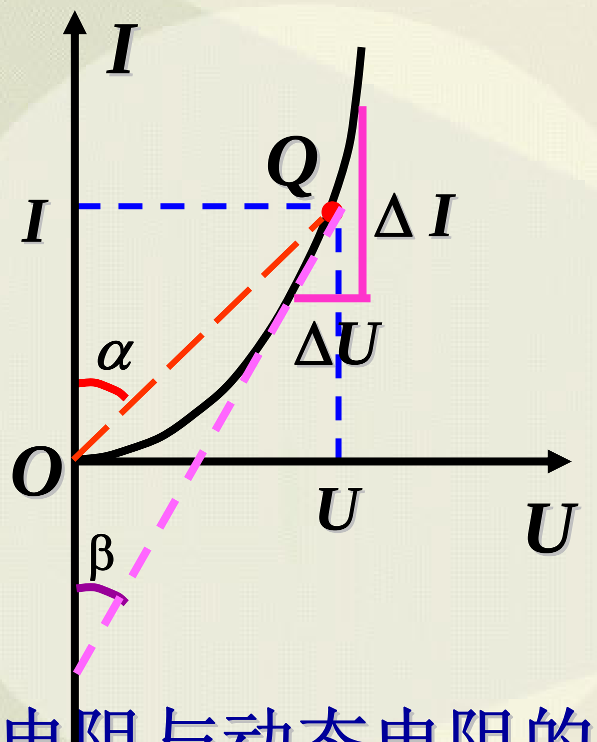
非线性电阻元件的电阻表示方法

静态电阻（直流电阻）：$R=\dfrac{U}{I}=\tan\alpha$

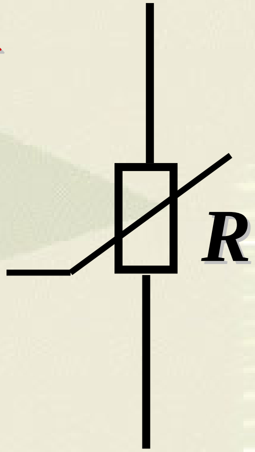
等于工作点 Q 的电压 U 与电流 I 之比

动态电阻（交流电阻）$r=\lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta U}{\Delta I}=\dfrac{dU}{dI}=\tan\beta$

等于工作点 Q 附近电压、电流微变量之比的极限



电路符号



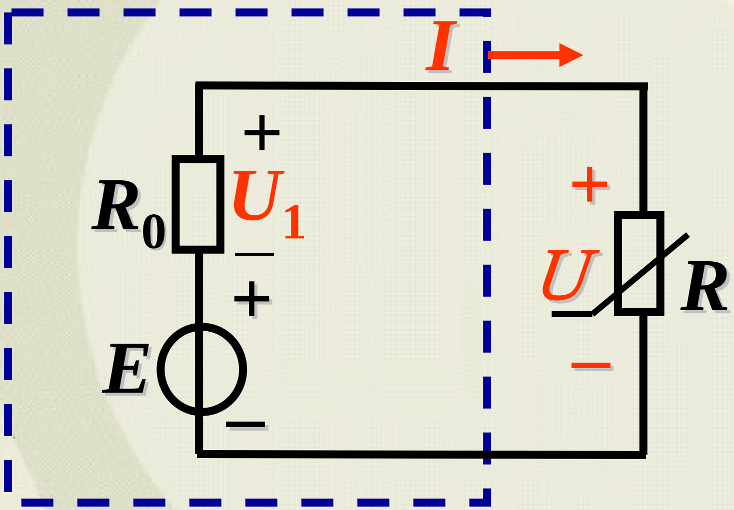
静态电阻与动态电阻的图解

2. 非线性电阻电路的图解法

条件：具备非线性电阻的伏安特性曲线

解题步骤:

(1) 写出作用于非线性电阻 R 的有源二端网络（虚线框内的电路）的负载线方程。



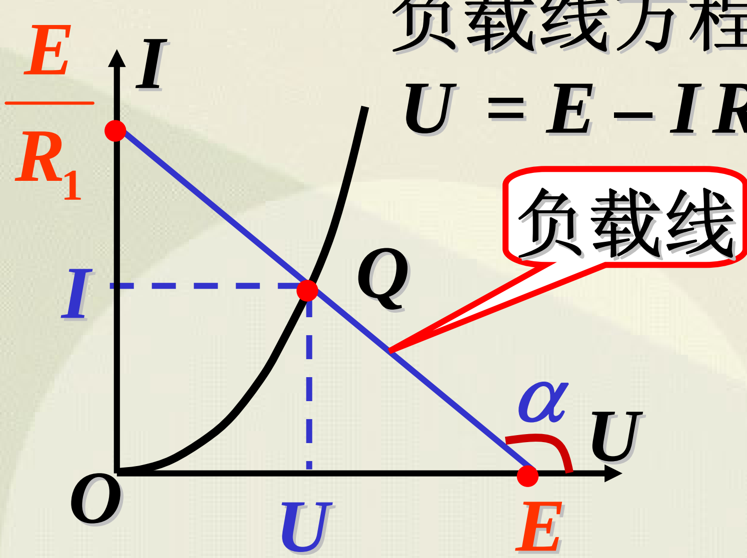
$$U = E - U_1 = E - IR_1$$

或 $$I = -\frac{1}{R_1}U + \frac{E}{R_1}$$

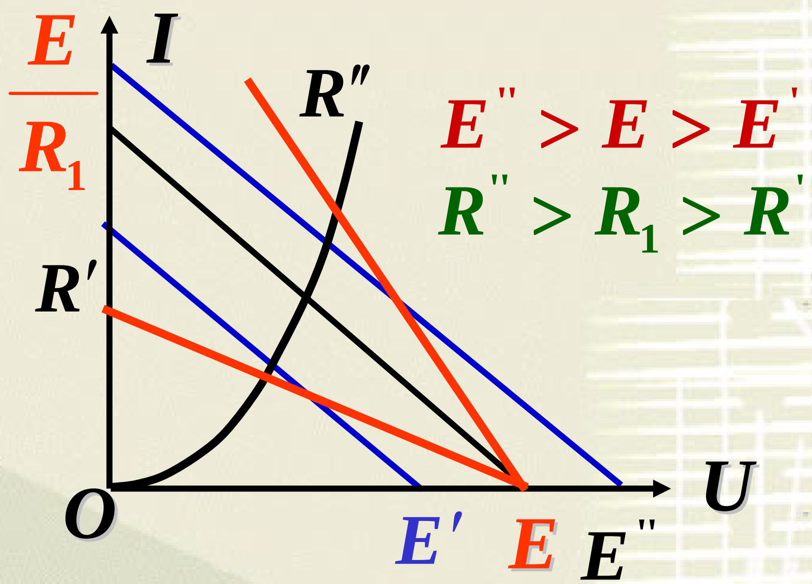
(2) 根据负载线方程在非线性电阻 ***R*** 的伏安特性曲线上画出有源二端网络的负载线。

负载线方程：

$$U = E - IR_1$$



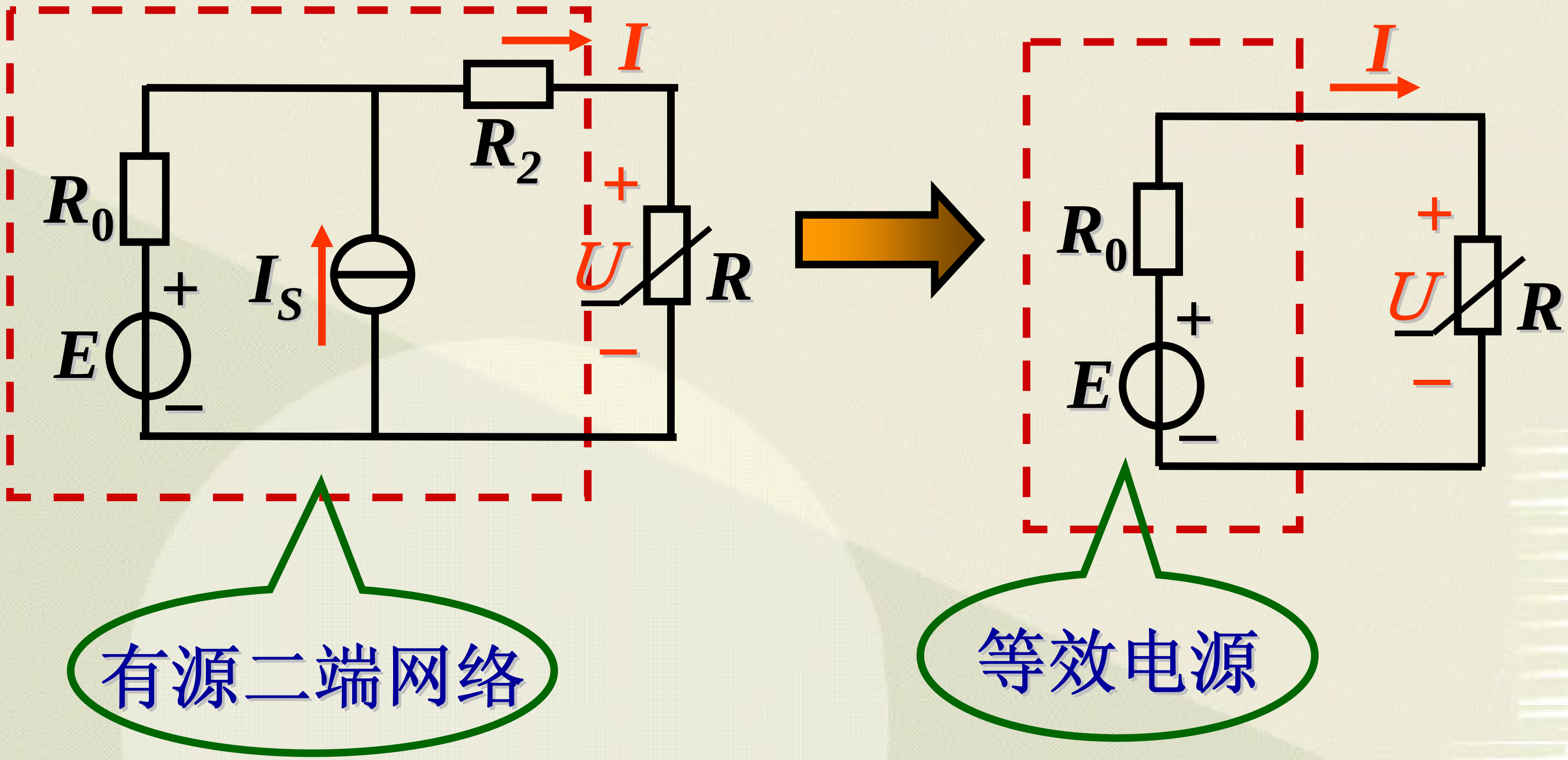
非线性电阻电路的图解法



对应不同*E*和*R*的情况

(3) 读出非线性电阻*R*的伏安特性曲线与有源二端网络负载线交点 ***Q*** 的坐标（***U***，***I***）。

3. 复杂非线性电阻电路的求解



将非线性电阻 R 以外的有源二端网络应用戴维宁定理化成一个等效电源，再用图解法求非线性元件中的电流及其两端的电压。