

第 1 章 电路的基本概念和基本定律

电路理论是电工技术和电子技术的基本理论。本章将介绍电路中的基本物理量、基本概念和基本定律。着重讨论电流和电压的参考方向、基尔霍夫定律及电路等效原理等。通过本章内容的学习可了解和掌握电路中的基本概念和定律，为后续分析复杂电路打下一个基础。

1.1 电路和电路模型

1.1.1 实际电路的组成和作用

人们在生产和生活中使用的电器设备如：电动机、电视机、计算机等都是由实际电路构成。实际电路的结构组成包括：电源、负载和中间环节。其中电源的作用是为电路提供能量，如发电机利用机械能或核能转化为电能，蓄电池利用化学能转化为电能，光电池利用光能转化为电能等；负载则将电能转化为其他形式的能量加以利用，如电动机将电能转化为机械能，电炉将电能转化为热能等；中间环节用作电源和负载的联接体，包括导线、开关、控制线路中的保护设备等。图 1-1 所示的照明电路中，电池作电源，灯作负载，导线和开关作为中间环节将灯和电池连接起来。

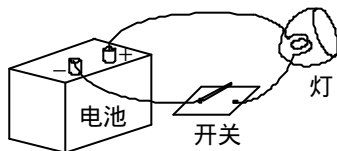


图 1-1 照明电路

在电力系统、电子通讯、自动控制、计算机以及其他各类系统中，电路有着不同的功能和作用。电路的作用可以概括为以下两个方面：一、实现电能的传输和转换。如图 1-1 中，电池通过导线将电能传递给灯，灯将电能转化为光能和热能。二、实现信号的传递和处理。如图 1-2 是一个扩音机的工作过程。话筒将声音的振动信号转换为电信号即相应的电压和电流，经过放大处理后，通过电路传递给扬声器，再由扬声器还原为声音。

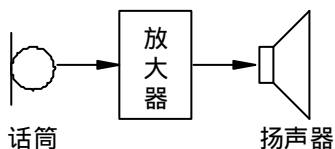


图 1-2 扩音机的工作过程

1.1.2 电路模型

实际电路由各种作用不同的电路元件或器件所组成。实际电路元件种类繁多，且电磁性质较为复杂。如图 1-1 中的白炽灯，它除了具有消耗电能的性质外，当电流通过时，还具有电感性。为便于对实际电路进行分析和数学描述，需将实际电路元件用能够代表其主要电磁特性的理想元件 (ideal element) 或它们的组合来表示，称为实际电路元件的模型。反映具有单一电磁性质的实际器件的模型称为理想元件，包括电阻、电感、电容、电源等。图 1-3 是我们在电工技术中经常用到的几种理想元件的电路符号。

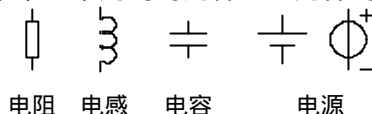


图 1-3 理想元件的电路符号

由理想元件所组成的电路称为实际电路的**电路模型** (circuit model)，简称电路。将实际电路模型化是研究电路问题的常用方法。图 1-1 中，电池对外提供电压的同时，内部也有电阻消耗能量，所以电池用其电动势 E 和内阻 R_0 的串联表示；灯除了具有消耗电能的性质（电阻性）外，通电时还会产生磁场，具有电感性。但电感微弱，可忽略不计，于是可认为灯是一电阻元件，用 R 表示。图 1-4 是图 1-1 的电路模型。

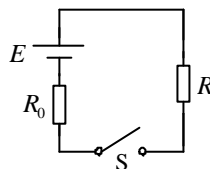


图 1-4 图 1-1 的电路模型

将实际电路元件抽象为一种或几种理想元件的组合，需要丰富的电路知识和专业知识。一个实际电路在不同条件下可化为若干个从简单到复杂的模型，如一个电感线圈，在直流电路中，可看作一个小电阻；在低频交流情况下，可看作一个电感和这个电阻的串联；在高频交流情况下，还需要考虑线圈的匝间分布电容和层间分布电容。所建立的电路模型应能反映电路的真实情况，即采用电路模型计算的结果与实际电路的测量结果的误差应在允许范围之内。

1.2 电路的基本物理量

在分析各种电路之前，我们先来介绍电路中的基本物理量包括电流、电压和功率及其相关的概念。

1.2.1 电流及其参考方向

图 1-1 中, 当开关合上时, 会有电荷移动形成电流。在电场的作用下, 正电荷与负电荷向不同的方向移动, 习惯上规定正电荷的移动方向为电流的方向 (事实上, 金属导体内的电流是由带负电的电子的定向移动产生的)。

电流的大小为单位时间内通过导体横截面的电量, 用公式表示即

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1)$$

其中 i 表示电流, q 表示电量或电荷量。国际单位制中, q 的单位为库仑 (C), 电流的单位为安培 (A), 规定 1 秒内通过导体横截面的电量为 1 库仑时的电流为 1 安培。常用的电流单位还有毫安 (mA)、微安 (μA)。

如果电流不随时间改变, 称其为直流电流 (Direct Current—DC) 如图 1-5 所示。前面提到的电池提供的就是直流电流。通常直流电流用大写字母 I 表示, 而随时间变化的电流用小写字母 i 表示。

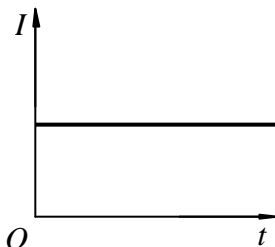


图 1-5 直流电流

分析简单电路时, 可由电源的极性判断电路中电流的实际方向, 但分析复杂电路时, 一般不能直接判断出电流的实际方向, 而是先任意假定一个方向作为电路分析和计算时的参考, 我们称之为电流的参考方向 (reference direction)。在参考方向下, 通过电路定律或定理理解的电流如果为正值, 表明电流的实际方向与参考方向相同, 如果为负值, 则与之相反。

电路中用箭头表示电流的参考方向。图 1-6a 中参考方向下, 通过元件 A 的电流为 3 A, 说明实际电流的大小为 3 A, 方向 (如虚箭头所示) 与参考方向相同。图 1-6b 中参考方向下, 通过元件 B 的电流为 -2 A, 说明实际电流的大小为 2 A, 方向与参考方向相反。此外也可用双下标表示电流的方向 (参考方向), 如 I_{ab} 表示电流方向由 a 到 b。

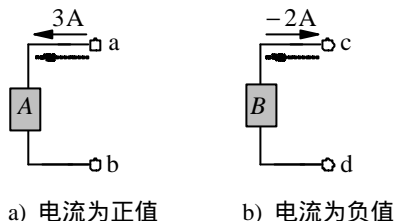


图 1-6 参考方向下的电流

1.2.2 电压及其参考方向

电压也称电位差（或电势差）。电路中 a、b 两点间的电压用 u_{ab} 表示，为将单位正电荷由点 a 移动到点 b 所需要的能量，即

$$u_{ab} = v_a - v_b = \frac{dw}{dq} \quad (1-2)$$

其中 v_a 表示 a 点电位， v_b 表示 b 点电位， w 表示能量。国际单位制中， w 的单位为焦耳(J)。电压的单位是伏特(V)，规定电场力把 1 库仑的正电荷从一点移到另一点所做的功为 1 焦耳时，该两点间的电压为 1V。常用的电压单位还有千伏(KV)、毫伏(mV)和微伏(μV)。通常直流电压用大写字母 U 表示。

电路中的电流和电压由电源电动势维持。电源电动势定义为电源内部把单位正电荷从低电位移动到高电位电源力所做的功。电源电压在数值上与电源电动势相等。

电路中，电压的实际方向定义为电位降低或称电压降的方向，可用极性“+”和“-”表示，其中“+”表示高电位，“-”表示低电位；也可用双下标表示，如 U_{ab} 表示电压的方向由 a 到 b。电源电动势的实际方向，规定为从电源内部的“-”极指向“+”极，即电位升高的方向。

同理，分析电路时需先假定电压的参考方向。选定电压的参考方向后，经分析计算得到的电压值也成为有正、负的代数量。图 1-7a 中参考方向下，元件 A 两端的电压为 5V，表示元件 A 两端实际电压的大小为 5V，方向由 a 到 b，与参考方向相同。图 1-7b 中参考方向下，元件 B 两端的电压为 -6V，表示元件 B 两端实际电压的大小为 6V，方向由 d 到 c，与参考方向相反。

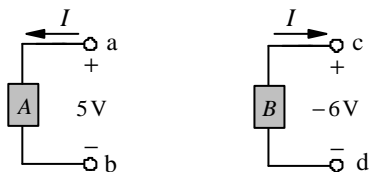


图 1-7 参考方向下的电压

如果不特别指出，书中电路图上所标明的电流和电压方向都为参考方向。当电流、电压的参考方向一致时，称为关联方向，见图 1-7a；否则为非关联方向，见图 1-7 b。

1.2.3 功率

除了电压和电流两个基本物理量外，还需要知道电路元件的功率。电路中，单位时间内电路元件的能量变化用功率表示，即

$$p = \frac{dw}{dt} \quad (1-3)$$

其中 p 表示功率。国际单位制中，功率的单位是瓦特(W)，规定元件 1 秒钟内提供或消耗 1 焦耳能量时的功率为 1W。常用的功率单位还有千瓦(kW)。

将式(1-3)等号右边分子、分母同乘以 dq 后，变为

$$p = \frac{dw}{dq} \frac{dq}{dt}$$

将式(1-1)、式(1-2)代入上式得

$$p = vi \quad (1-4)$$

所以，元件吸收或发出的功率等于元件上的电压乘以元件上的电流。直流电路里这一公式写为

$$P = UI$$

关联方向下，如果 $P > 0$ ，表明元件吸收或消耗功率，称该元件为负载；如果 $P < 0$ ，表明元件发出功率，称该元件为电源。非关联方向下的结论与此相反。下面我们通过图 1-8 所示电路中的四种情况来具体讨论。

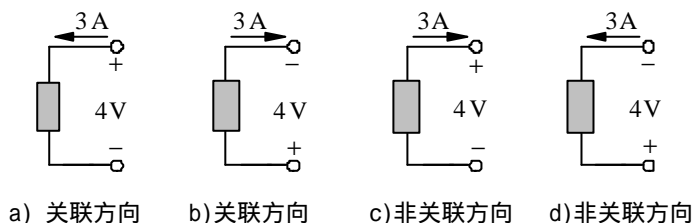


图 1-8 功率的计算

图 1-8 a、b 中，关联方向下

$$P = 4 \times 3 \text{ W} = 12 \text{ W} > 0$$

元件分别吸收 12W 的功率，均为负载。

图 1-8 c、d 中，非关联方向下

$$P = 4 \times 3 \text{ W} = 12 \text{ W} > 0$$

元件分别发出 12W 的功率，均为电源。如取关联方向

$$P = 4 \times (-3) \text{ W} = -12 \text{ W} < 0$$

结论不变。

任何电路都遵守能量守恒定律，因此无论是关联方向还是非关联方向下，电路中元件的功率之和为 0。即

$$\sum p = 0 \quad (1-5)$$

或者说，电路中所发出的功率等于所吸收的功率。

电路元件在 t_0 到 t 时间内消耗或提供的能量为

$$w = \int_{t_0}^t dt = \int_{t_0}^t v i dt \quad (1-6)$$

通常电业部门用千瓦时测量用户消耗的电能。1 千瓦时（或 1 度电）是功率为 1 千瓦的元件在 1 小时内消耗的电能。

$$1 \text{ 度电} = 1 \text{ kWh} = 3,600,000 \text{ J}$$

如果通过实际元件的电流过大，会由于温度升高使元件的绝缘材料损坏，甚至使导体熔化；如果电压过大，会使绝缘击穿，所以必须加以限制。电气设备或元件长期正常运行的电流容许值称为额定电流（rated current），其长期正常运行的电压容许值称为额定电压（rated voltage）；额定电压和额定电流的乘积为额定功率（rated power）。通常电气设备或元件的额定值标在产品的铭牌上。如一白炽灯标有 220V 40W，表示它的额定电压为 220V，额定功率为 40W。

【练习与思考】

1.2.1 图 1-9 是五个元件组成的电路，关联方向下，如果 $P_1 = -205 \text{ W}$ ， $P_2 = 60 \text{ W}$ ， $P_4 = 45 \text{ W}$ ， $P_5 = 30 \text{ W}$ ，计算元件 3 吸收或发出的功率。

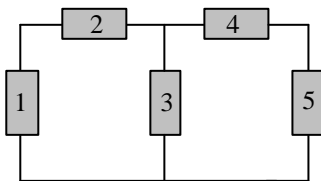


图 1-9 练习与思考 1.2.1 的图

1.2.2 试解释在关联方向下，如果 $P > 0$ ，元件吸收功率；如果 $P < 0$ ，元件发出功率。

1.3 欧姆定律

通常电路中的物质都会阻碍电荷的移动，这种物理特性称为电阻特性，用 R 表示。具有这种物理特性的元件称为电阻器(resistor)。对于长度为 l ，横截面积为 s 的均匀介质，其电阻为

$$R = \rho \frac{l}{s} \quad (1-7)$$

其中 ρ 是导体的电阻率，单位为欧姆/米。在国际单位制中，电阻的单位是欧姆(Ω)，规定当电阻电压为 1V、电流为 1A 时的电阻值为 1Ω 。此外电阻的单位还有千欧($k\Omega$)、兆欧($M\Omega$)。

电阻器分固定式和可调式两种，大多数电阻器是固定式的，如图 1-10a 所示，其电阻值为常数。固定式电阻器一般分为绕线式和化合物式，其中化合物式一般用于大电阻的制造。电阻的符号如图 1-10b 所示。

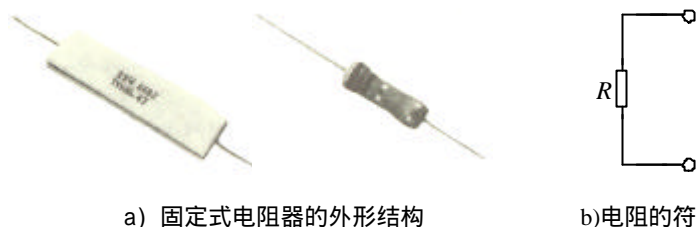


图 1-10 固定式电阻器的外形及符号

可调式电阻器也称电位器，如图 1-11a 所示。电位器为三端元件，可通过滑动一端来改变电阻值。电位器的符号如图 1-11b 所示。



图 1-11 电位器的外形及电路符号

欧姆定律(Ohm's law)指出：通常电阻两端电压与电流的比值是一常数。在直流电路里，欧姆定律用公式表示为

$$U = RI \quad (1-8)$$

上式是在电流、电压取关联方向下得到的，如果取非关联方向，应在等式右边加一负号，即

$$U = -RI$$

图 1-12a 中，关联方向下电阻的伏安特性为

$$U = 2I$$

图 1-12b 中，非关联方向下电阻的伏安特性为

$$U = -5I$$

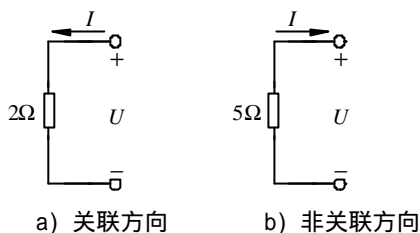


图 1-12 欧姆定律

应当指出并非所有的电阻都满足欧姆定律。满足欧姆定律的电阻称为线性电阻 (linear resistance)，否则称为非线性电阻 (nonlinear resistance)。线性电阻的阻值不变，其伏安特性曲线是一条过原点的直线，如图 1-13a 所示。这条直线的斜率在数值上等于 R ，即 $R = \tan \alpha$ 。非线性电阻的阻值随电压、电流变化，关于这一点，本书第二章 2.8 节非线性电阻电路中还将深入分析。二极管是比较典型的非线性电阻，其伏安特性曲线如图 1-13b 所示。

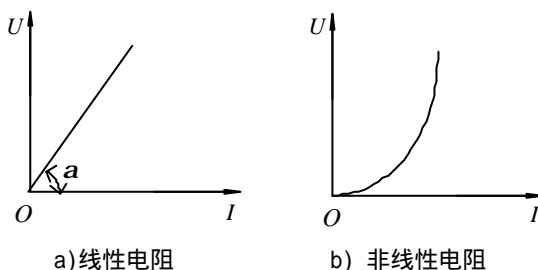


图 1-13 电阻的伏安特性曲线

实际电路中的所有电阻在一定条件下都会呈现非线性特征，但本书中如不特别指出都假设电阻为线性的。

电阻的倒数称为电导 (conductance)，也是一个常用的物理量，用 G 表示，单位为西门子 (S)。电阻与电导的关系为

$$G = \frac{1}{R} \quad (1-9)$$

电阻的功率用 R 和 G 表示时分别为

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R} \quad P = \frac{I^2}{G} = GU^2 \quad (1-10)$$

由此可知，电阻的功率恒为正值，即电路中，电阻总是吸收或消耗能量。所以电阻又被称为耗能元件。

注意实际应用中，每个电阻都有额定功率，它是电阻能够吸收（不至于过度发热而使电阻损坏）的最大功率。如一个标有 $10\text{k}\Omega$ 1W 的电阻，它的额定功率为 1W ，允许通过的额定电流为

$$I = \sqrt{P/R} = \sqrt{1\text{W}/10\text{k}\Omega} = 10\text{mA}。$$

例题 1-1

图 1-14 中电源的开路电压为 5V ，短路电流为 10A ，计算电源的电动势 E 和内阻 R_0 。当电源外接电阻 $R = 4.5\Omega$ 时，求电阻消耗的功率。

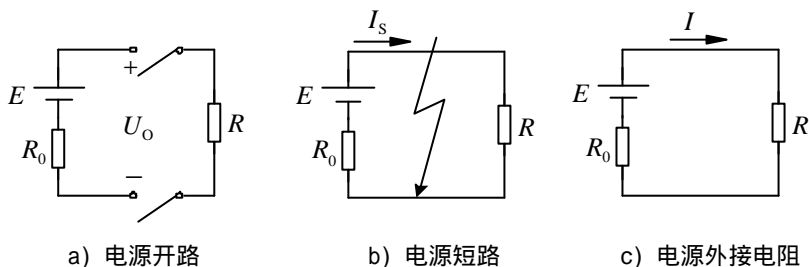


图 1-14 例题 1-1 的图

【解】图 1-14a 中电源开路时，外电路的电阻等于无穷大 (∞)，电路中的电流为 0，电源的开路电压等于电源的电动势

$$U_O = E = 5\text{V}$$

图 1-14b 中电源短路时，外电路的电阻可视为 0，可知

$$R_0 = \frac{E}{I_s} = \frac{5\text{V}}{10\text{A}} = 0.5\Omega$$

图 1-14c 中，电路中的电流为

$$I = \frac{E}{R_0 + R} = \frac{5\text{V}}{0.50 + 4.50} = 1\text{A}$$

电阻消耗的功率为 $P_R = I^2 R = 4.5\text{W}$

【练习与思考】

1.3.1 有一标有 220V 30W 的白炽灯接在 120V 的电源上，问通过灯的电流是多少？白炽灯的最大允许电流是多少？

1.3.2 试举出你所知道的家用电器中，哪些是电阻性质的？

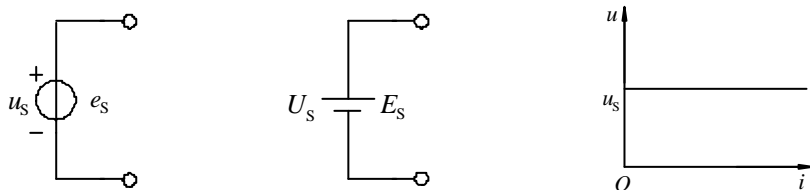
1.4 理想电源

电路元件一般可分为两种，即有源元件和无源元件。有源元件能够为电路提供能量，如发电机、电池和集成运算放大器等；无源元件则不能为电路提供能量，如电阻、电容和电感等。电源是有源元件中的一种，分为电压源和电流源。

1.4.1 理想电压源

一个电源可用两种不同的电路模型表示。用电压形式表示的称为电压源；用电流形式表示的，称为电流源。

理想电压源 (ideal voltage source) 的特点是能够提供确定的电压，即理想电压源的电压不随电路中电流的改变而改变，所以理想电压源也称恒压源。电池和发电机都可以近似看作恒压源。图 1-15a、b 均为恒压源的符号，但图 1-15b 只用来表示直流恒压源。图中，恒压源两端的电压用 u_s (或 U_s) 表示时，方向从正极(positive pole)指向负极(negative pole)；用电源内部的电动势 e_s (或 E_s) 表示时，方向从负极指向正极。



a) 直流或交流恒压源的符号 b) 直流恒压源的符号 c) 理想电压源的外特性曲线

图 1-15 理想电压源

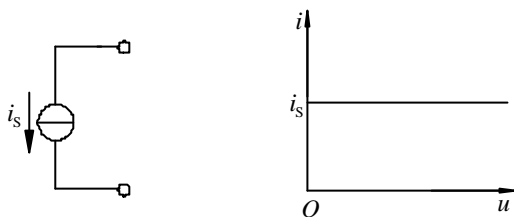
将元件的电压和电流关系用一个函数 (如 $u = f(i)$) 表示时，称之为元

件的伏安特性。电源对外的电压、电流关系一般又称为外特性。

理想电压源的外特性曲线是一条与 i 轴平行的直线，如图 1-15c 所示。图中 u_s 为理想电压源提供的确定的电压，这里所谓“确定的电压”不仅可以表现为常量，也可以表现为确定的时间函数，如 $u_s = 5 \sin \omega t \text{ V}$ 等。

1.4.2 理想电流源

理想电流源(ideal current source)的特点是能够提供确定的电流，即理想电流源的电流不随电路中电压的改变而改变，所以理想电流源也称恒流源。图 1-16a 是恒流源的模型符号，它既可以表示直流恒流源也可以表示交流恒流源，其中箭头指示电流的方向。



a) 恒流源的符号

b) 理想电流源的外特性曲线

图 1-16 理想电流源

理想电流源的外特性曲线是一条与 u 轴平行的直线，如图 1-16b 所示。

应该指出的是，电源不仅能够为电路提供能量，也有可能从电路中吸收能量。

例题 1-2

计算图 1-17 中各电源的功率。

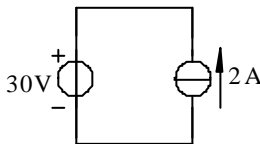


图 1-17 例题 1-2 的图

【解】在关联方向下，

$$P_{U_s} = 30 \times 2 \text{ W} = 60 \text{ W} \quad (\text{恒压源吸收功率})$$

在非关联方向下，

$$P_{I_s} = 30 \times 2 \text{ W} = 60 \text{ W} \quad (\text{恒流源发出功率})$$

【练习与思考】

1.4.1 理想电流源两端是否有电压？理想电压源中是否有电流？

1.4.2 有人说理想电源总是对外提供能量，对吗？试举例说明。

1.5 受控电源

上一节中提到的电源如发电机和电池，因能独立地为电路提供能量，所以被称为独立电源 (independent source)。而有些电路元件，如晶体管、运算放大器、集成电路等，虽不能独立地为电路提供能量，但在其他信号控制下仍然可以提供一定的电压或电流，这类元件被称为受控电源 (dependent source)。

受控电源提供的电压或电流由电路中其他元件（或支路）的电压或电流控制。受控电源按控制量和被控制量的关系分为四种类型：电压控制电压源 (VCVS)、电流控制电压源 (CCVS)、电压控制电流源 (VCCS)、电流控制电流源 (CCCS)。如果控制作用是线性的，可用控制量与被控制量之间的正比关系来表达，称为线性受控电源。图 1-18 是用菱形符号表示的线性受控电源，其中 μ 、 r 、 g 和 β 都是常量， μ 、 β 是没有量纲的常数， r 具有电阻的量纲， g 具有电导的量纲。

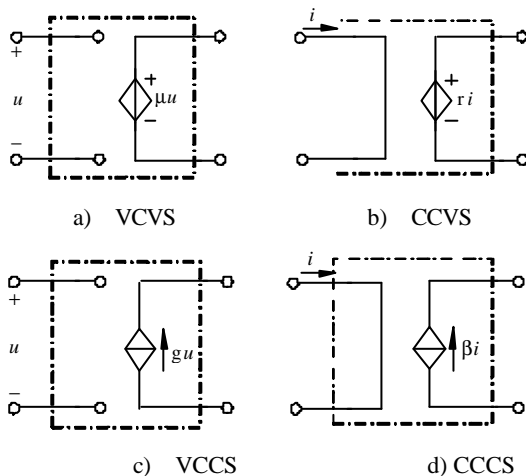


图 1-18 受控电源的符号

注意：判断电路中受控电源的类型时，应看它的符号形式，而不应以它的控制量作为判断依据。图 1-19 所示电路中，由符号形式可知，电路中的受控电源为电流控制电压源，大小为 $10I$ ，其单位为伏特而非安培。

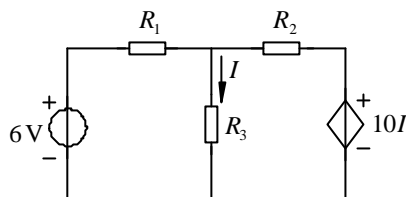


图 1-19 有受控电源的电路

例题 1-3

图 1-20 所示电路中 $I = 5\text{ A}$ ，求各个元件的功率并判断电路中的功率是否平衡。

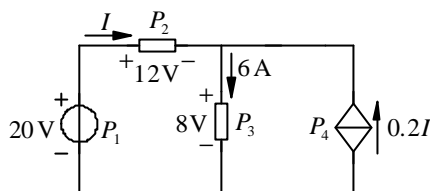


图 1-20 例题 1-3 的图

【解】

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 20 \times 5\text{ W} = 100\text{ W} && (\text{发出功率}) \\
 P_2 &= 12 \times 5\text{ W} = 60\text{ W} && (\text{消耗功率}) \\
 P_3 &= 8 \times 6\text{ W} = 48\text{ W} && (\text{消耗功率}) \\
 P_4 &= 8\text{ V} \times 0.2I = 8 \times 0.2 \times 5\text{ W} = 8\text{ W} && (\text{发出功率}) \\
 P_1 + P_4 &= P_2 + P_3 = 108\text{ W} && \text{电路中的功率平衡}
 \end{aligned}$$

1.6 基尔霍夫定律

基尔霍夫定律是电路中的基本定律，不仅适用于直流电路也适用于交流电路。它包括基尔霍夫电流定律 (Kirchhoff's current law) 简称 **KCL** 和基尔霍夫电压定律 (Kirchhoff's voltage law) 简称 **KVL**。基尔霍夫电流定律是针对节点的，基尔霍夫电压定律是针对回路的。

1.6.1 几个术语

在具体讲述基尔霍夫定律之前，我们以图 1-21 为例，介绍电路中的几个基本概念。

1. 支路：电路中的每一分支称为支路，一条支路流过一个电流。图中共有 6 条支路，分别是 ab、bc、cd、da、ac、db。

2. 节点：电路中三条或三条以上支路的连接点称为节点。图中共有 4 个节点，分别是节点 a、节点 b、节点 c 和节点 d。

3. 回路：电路中的任一闭合路径称为回路。图中共有 7 条回路，分别是 abda、dbcd、adca、abdca、adbca、abcda、abca。

4. 网孔：电路中无其他支路穿过的回路称为网孔。图中共有 3 个网孔，分别是 abda、dbcd、adca。

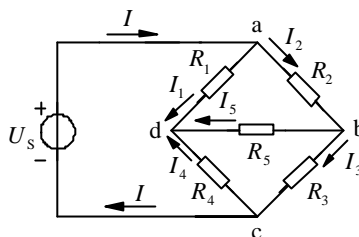


图 1-21 电路举例

1.6.2 基尔霍夫电流定律

基尔霍夫电流定律 (KCL) 指出：对于电路中的任一节点，任一瞬时流入 (或流出) 该节点电流的代数和为零。我们可以选择电流流入时为正，流出时为负；或流出时为正，流入时为负。电流的这一性质也称为电流连续性原理，是电荷守恒的体现。

在直流电路里，KCL 用公式表示为

$$\sum I = 0 \quad (1-11)$$

上式称为节点的电流方程。由此也可将 KCL 理解为流入某节点的电流之和等于流出该节点的电流之和

下面以图 1-21 电路中的节点 a、b 为例，假设电流流入为正，流出为负，列出节点的电流方程。

对于节点 a 有

$$I - I_1 - I_2 = 0 \quad \text{或} \quad I = I_1 + I_2$$

对于节点 b 有

$$I_2 - I_3 - I_5 = 0 \quad \text{或} \quad I_2 = I_3 + I_5$$

KCL 不仅适用于电路中的任一节点，也可推广到包围部分电路的任一闭合面 (因为可将任一闭合面缩为一个节点)。可以证明流入或流出任一闭合面电流的代数和为 0。

图 1-22 中，当考虑虚线所围的闭合面时，应有

$$I_a - I_b + I_c = 0$$

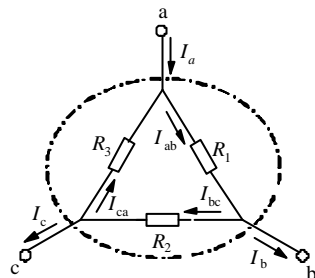


图 1-22 电路中的闭合面

1.6.3 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律(KVL)指出：对于电路中的任一回路，任一瞬时沿该回路绕行一周，则组成该回路的各段支路上的元件电压的代数和为零。可任意选择顺时针或逆时针的回路绕行方向，各元件电压的正、负与绕行方向有关。一般规定当元件电压的方向与所选的回路绕行方向一致时为正，反之为负。

在直流电路里，KVL 用公式表示为

$$\sum U = 0 \quad (1-12)$$

上式称为回路的电压方程。

下面以图 1-23 中电路为例，列出相应回路的电压方程。注意当你选择了某一个回路时，在回路内画一个环绕箭头，表示你选择的回路的绕行方向。图 1-23 中，我们在两个网孔中分别选择了顺时针和逆时针的绕行方向。

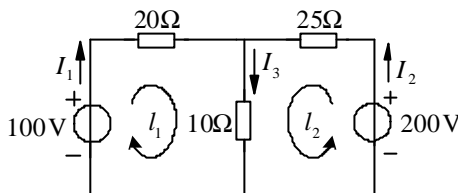


图 1-23 用箭头表示回路的绕行方向

对于回路 1，电压的数值方程为

$$20I_1 + 10I_3 - 100 = 0$$

对于回路 2，电压的数值方程为

$$25I_2 + 10I_3 - 200 = 0$$

上式也可写为

$$25I_2 + 10I_3 = 200$$

其意义为，在直流电路里，KVL 又可以表述为回路中电阻的电压之和（代数和）等于回路中的电源电动势之和，写成公式即

$$\sum RI = \sum E_s$$

注意应用 KVL 时，首先要标出电路各部分的电流、电压或电动势的参考方向。列电压方程时，一般约定电阻的电流方向和电压方向一致。

KVL 不仅适用于闭合电路，也可推广到开口电路。图 1-24 中，a、b 点的左侧电路部分和右侧电路部分都可看作开口电路。

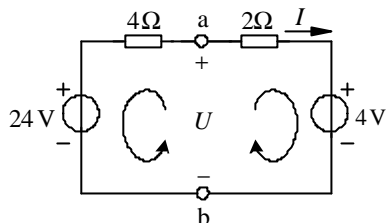


图 1-24 开口电路

在所选择的回路绕行方向下，左侧开口电路的电压数值方程为

$$U = -4I + 24$$

右侧开口电路的电压数值方程为

$$U = 2I + 4$$

例题 1-4

求图 1-25 中的电流 I_1 、 I_2 。

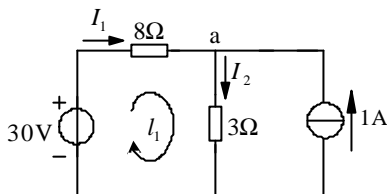


图 1-25 例题 1-4 的图

【解】选择回路 1 的绕行方向如图 1-25 所示。列节点 a 的电流方程

$$I_1 - I_2 + 1 = 0$$

列回路 1 的电压数值方程

$$-30 + 8I_1 + 3I_2 = 0$$

解上面两个方程得

$$I_1 = 3\text{ A} \quad I_2 = 2\text{ A}$$

【练习与思考】

1.6.1 图 1-22 中，考虑虚线所围闭合面时的电流方程为

$$I_a - I_b + I_c = 0$$

试用节点电流方程推导上式。

1.6.2 求图 1-26 中各电阻元件上的电流和电压。

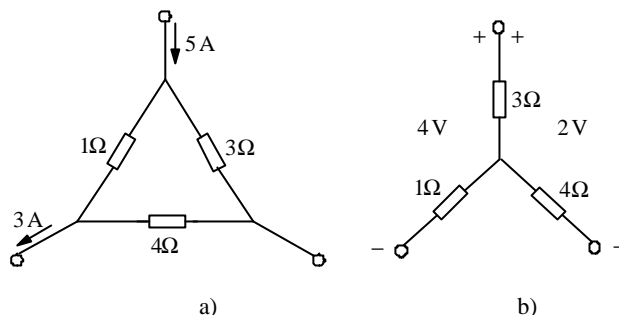


图 1-26 练习与思考 1.6.2 的图

1.6.3 求图 1-27 中 a、b 两端的开路电压 U_{ab} 。

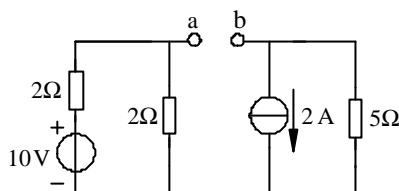


图 1-27 练习与思考 1.6.3 的图

1.7 电位的计算

前面提到电位是与电压相关的概念。分析电路时，除了经常计算电路中的电压外，也会涉及到电位的计算。在电子线路中，通常用电位的高低判断元件的工作状态，如：当二极管的阳极电位高于阴极电位时，管子才能导通；判断电路中一个三极管是否具有电流放大作用，需比较它的基极电位和发射极电位的高低。

计算电路中各点电位时，一般选定电路中的某一点作参考点 (reference node)，规定参考点的电位为 0，并用 ⏏ 表示，称为接地（并非真与大地相接），电路中其他各点的电位等于该点与参考点之间的电压。

我们以图 1-28 为例来讨论

电路中各点的电位。

以 O 点为参考点，则 $V_a = 10 \text{ V}$

$$I = \frac{10}{4 + 4 + 2} \text{ A} = 1 \text{ A}$$

则 $V_b = U_{bc} + U_{co} = (2 + 4) \times 1 \text{ V} = 6 \text{ V}$

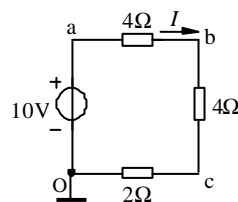


图 1-28 电路中的电位

$$V_c = 2 \times 1 \text{ V} = 2 \text{ V}$$

$$U_{bc} = V_b - V_c = 4 \text{ V}$$

若以 a 点为参考点，则 $V_a = 0$

$$V_b = U_{ba} = -4 \text{ V}$$

$$V_c = U_{ca} = -8 \text{ V}$$

$$U_{bc} = V_b - V_c = 4 \text{ V}$$

由以上计算可知，参考点选的不同，电路中各点的电位也不同，但任意两点间的电压是不变的。

在电子线路中，通常将电路中的恒压源符号省去，各端标以电位值。如图 1-29a 可以简化为图 1-29b。

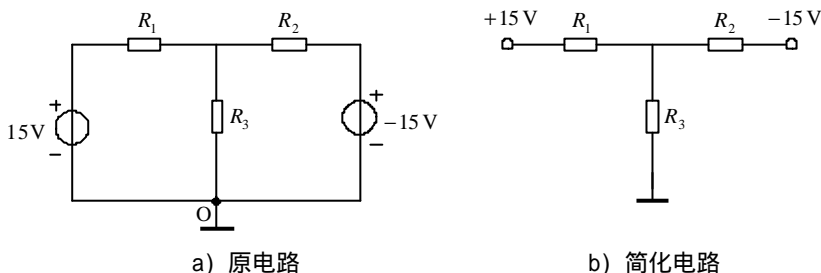


图 1-29 电路的简化

例题 1-5

求图 1-30 电路中的电位 V_b 。

【解】
$$I = \frac{-9 - 3}{10 + 5} \text{ mA} = -0.8 \text{ mA}$$

$$V_b = U_{bc} + 3 \text{ V} = 5 \times (-0.8) \text{ V} + 3 \text{ V} = -1 \text{ V}$$

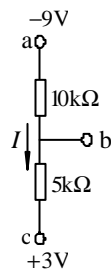


图 1-30 例题 1-5 的图

1.8 电阻的联结及其等效变换

在分析计算电路的过程中，常常用到等效（equivalent）的概念。电路等效变换原理是分析电路的重要方法，这里讨论的电路等效仅是指两部分无源电阻电路之间的等效。

1.8.1 电路等效的概念

结构、元件参数不相同的两部分电路 N_1 、 N_2 如图 1-31 所示，若具有相同的伏安特性 $U = f(I)$ ，则称它们彼此等效。由此，当用 N_1 代替 N_2 时，将不会改变 N_2 所在电路其他部分的电流、电压，反之亦成立。这种计算电路的方法称为电路的等效变换。用简单电路等效代替复杂电路可简化整个电路的计算。

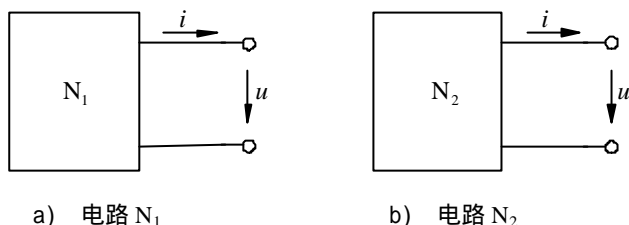


图 1-31 电路的等效

以图 1-32a 中的电路为例，若计算 a、b 两端左侧支路中的电流，可将 a、b 两端右侧的电阻联结电路用一 3Ω 的电阻等效代替（二者伏安特性相同都为 $U = 3I$ ），如图 1-32b 所示。在图 1-32b 中计算的电流 I 应与 1-32a 中的电流 I 相等。

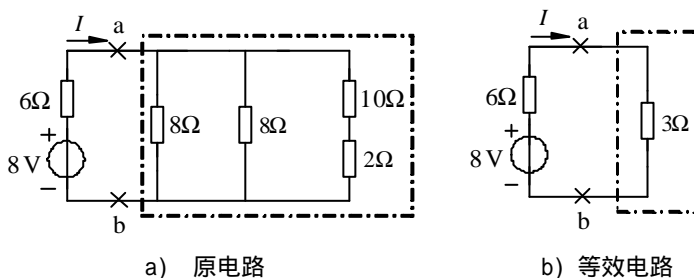


图 1-32 电路的等效变换

1.8.2 电阻的串联和并联

电路中，电阻的联结形式多种多样，其中最简单的形式是串联和并联。通过等效变换的方法我们可以将任一电阻联结电路等效为具有某个阻值的电阻。

1. 电阻的串联

如果电路中两个或两个以上的电阻一个接一个地顺序相连，并且流过同一个电流，则称这些电阻是串联的。

图 1-33a 中，由电阻 R_1 、 R_2 串联组成的电路可用图 1-33b 中的电阻 R 来代替，我们说这两个电路是等效的。

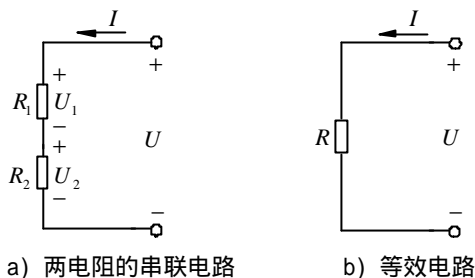


图 1-33 串联电路的等效

它们之间的等效关系为

$$R = R_1 + R_2$$

另外，两个串联电阻上的电压分别为

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} U \\ U_2 &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} U \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

式 (1-13) 称为串联电阻的分压关系。

电阻串联是电路中的常见形式。例如为了限制负载中过大的电流，常将负载与一个限流电阻串联；当负载需要变化的电流时，通常串联一个电位器。

此外，用电流表测量电路中的电流时，需将电流表串联在所测量的支路里。

2. 电阻的并联

如果电路中两个或两个以上的电阻连接在两个公共节点之间，且通过同一个电压，则称这两个电阻是并联的。

图 1-34a 中，由电阻 R_1 、 R_2 并联组成的电路可用图 1-34b 中的电阻 R 来代替，我们说这两个电路是等效的。

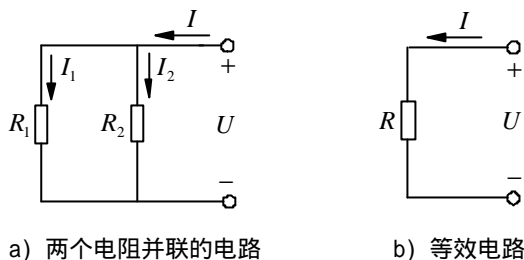


图 1-34 并联电路的等效

它们之间的等效关系为

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

上式也可用电导表示为

$$G = G_1 + G_2$$

另外，两个并联电阻上的电流分别为

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{R_2}{R_1 + R_2} I \\ I_2 &= \frac{R_1}{R_1 + R_2} I \end{aligned} \right\} \quad (1-14)$$

式 (1-14) 称为并联电阻的分流关系。

并联电路也有广泛的应用。工厂里的动力负载、家用电器和照明电器等都以并联的方式连接在电网上，以保证负载在额定电压下正常工作。

此外，当用电压表测量电路中某两点间的电压时，需将电压表并联在所测量的两点间。

1.8.3 电阻星形联结和三角形联结的等效变换

当遇到结构较为复杂的电路时，就难以用简单的串、并联来化简。图 1-35 为一桥式电路，电阻之间即非串联、也非并联。图中 a、b、c 三端间的电阻形成一三角形（ Δ 形）结构，如图 1-36a 所示，若其能等效为星形（Y 形）结构如图 1-36b 所示，则容易计算出电路中的电流 I 。

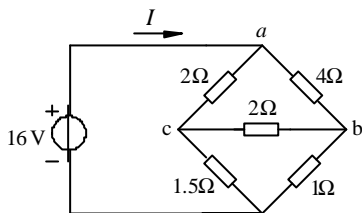


图 1-35 桥式电路

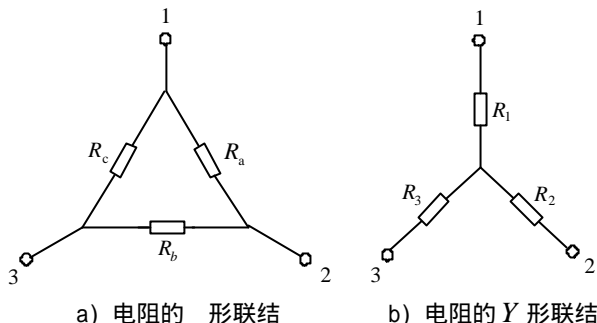


图 1-36 电路中电阻的 Y- 形等效变换

电阻的 Y 形联结与 Δ 形联结的相互替换，称为电路中电阻的 Y- Δ 形等效变换。假设图 1-36 中电阻的 Y- Δ 形等效变换成立，则图 1-36 a、1-36 b 中的等效电阻在 3 端开路时分别为

$$R_{12Y} = R_1 + R_2$$

$$R_{12} = \frac{R_a R_b + R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

依据等效原理 1、2 两端之间的等效电阻在 3 端开路时相等，即

$$R_1 + R_2 = \frac{R_a R_b + R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (1-15)$$

同理，2、3 两端之间的等效电阻在 1 端开路时相等，有

$$R_2 + R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (1-16)$$

1、3 两端之间的等效电阻在 2 端开路时相等，有

$$R_1 + R_3 = \frac{R_a R_c + R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \quad (1-17)$$

将以上三式联立求解，化简后得

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c} \\ R_2 &= \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c} \\ R_3 &= \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c} \end{aligned} \right\} \quad (1-18)$$

上式说明由电阻的 Δ 形联结等效变换到电阻的 Y 形联结时，Y 形联结中某一端的电阻等于 Δ 形联结中与这端相邻的两电阻相乘除以所有电阻的和。

再由式(1-18)解得（同学可自行推导）

$$\left. \begin{aligned} R_a &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_3} \\ R_b &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1} \\ R_c &= \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad (1-19)$$

上式说明由电阻的 Y 形联结等效变换到 Δ 形联结时， Δ 形联结中某两端之间的电阻等于 Y 形联结中的电阻两两相乘之和除以与这两端相对的电阻。

当进行 Y- Δ 形等效变换的三个电阻相等时，有

$$R_{\Delta} = 3R_Y$$

另外图 1-37 中的电阻联结也属于电阻的 Y 形联结和 Δ 形联结，又分别称为电阻的 T 形联结和 π 形联结。

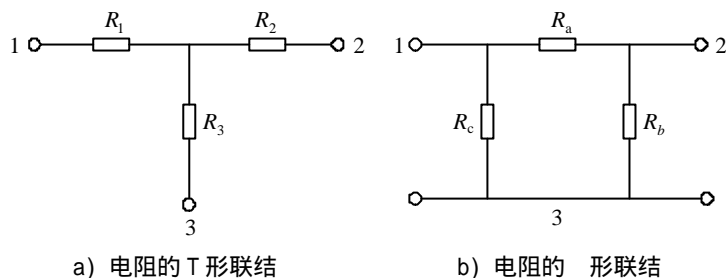


图 1-37 电阻的 T 形联结和 π 形联结

例题 1-6

求图 1-38a 中 a、b 两端的等效电阻 R_{ab} 。

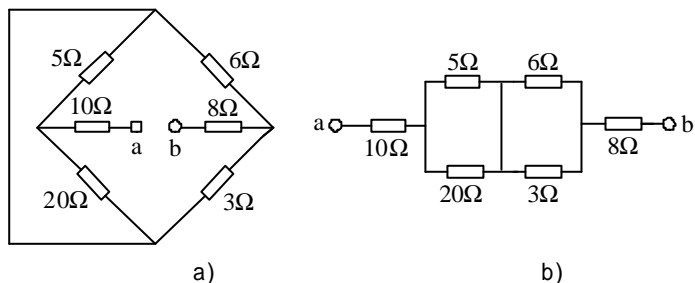


图 1-38 例题 1-6 的图

【解】将图 1-38a 按电阻的串、并联关系等效变换为图 1-38b，计算如下

$$R_{ab} = 10\Omega + 5\Omega // 20\Omega + 6\Omega // 3\Omega + 8\Omega = 24\Omega$$

例题 1-7

一个多量程的电流表, 往往利用分流电阻使其满足多量程的要求。图 1-39 是一个两量程的电流表电路, 表头内阻 $R_g = 2.0\Omega$, 满量程时表头电流为 $I_g = 37.5\mu\text{A}$ 。试求当电流表量程为 $0\sim 50\mu\text{A}$ (位置 1) 和 $0\sim 500\mu\text{A}$ (位置 2) 时分流电阻 R_1 、 R_2 的值。

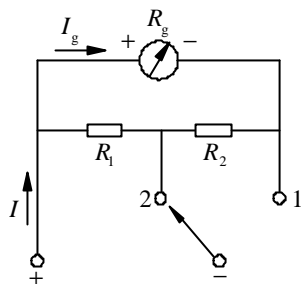


图 1-39 例题 1-7 的图

【解】当开关在位置“1”时

$$I_g = I \frac{R_1 + R_g}{R_g + R_1 + R_2}$$

代入数值

$$37.5 = 50 \frac{R_1 + 2.0}{2.0 + R_1 + R_2}$$

当开关在位置“2”时

$$I_g = I \frac{R_g}{R_g + R_1 + R_2}$$

代入数值

$$37.5 = 50 \frac{2.0}{2.0 + R_1 + R_2}$$

解得

$$R_1 = 0.6\Omega \quad R_2 = 5.4\Omega$$

例题 1-8

求图 1-40a 中的电流 I 。

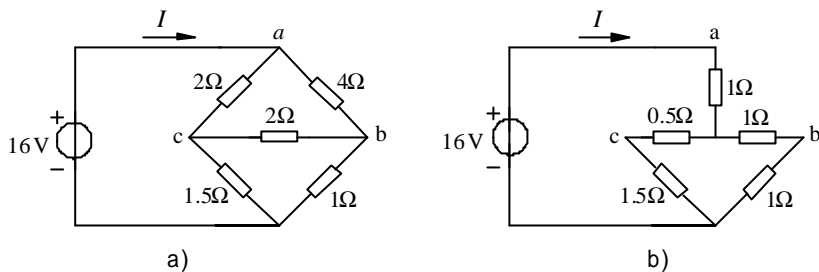


图 1-40 例题 1-8 的图

【解】由电阻的 Y- 形等效变换方法，将图 1-40a 中 a、b、c 三端间电阻的 形联结等效变换为 Y 形联结如图 1-40b 所示。Y 形联结中的各电阻按式 (1-18) 计算如下

$$R_1 = \frac{2\Omega \times 4\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 2\Omega} = 1\Omega$$

$$R_2 = \frac{2\Omega \times 4\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 2\Omega} = 1\Omega$$

$$R_3 = \frac{2\Omega \times 2\Omega}{2\Omega + 4\Omega + 2\Omega} = 0.5\Omega$$

所以
$$I = \frac{16}{1\Omega + (0.5\Omega + 1.5\Omega) // (1\Omega + 1\Omega)} = 8\text{ A}$$

【练习与思考】

1.8.1 以图 1-32 为例，分析进行电路的等效变换时，电路中的哪些量会变，哪些量不会变？

1.8.2 试计算图 1-41 所示电路 a、b 两端的等效电阻。

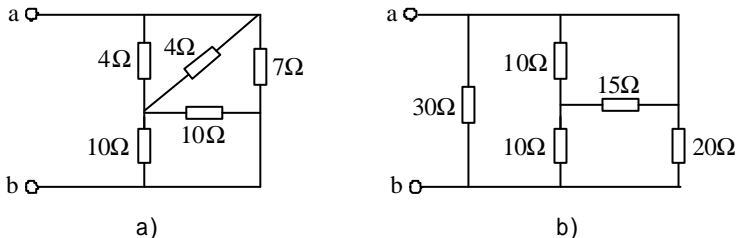


图 1-41 练习与思考 1.8.2 的图

1.8.3 试计算图 1-42 所示电路 a、b 两端的等效电阻。

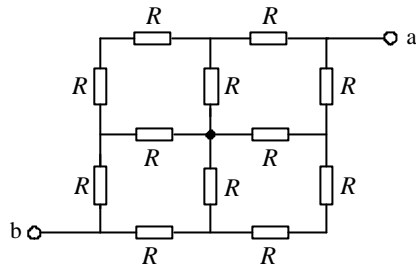


图 1-42 练习与思考 1.8.3 的图

本章习题

【习题 1-1】试确定图 1-43 中未知元件的 I_3 和 U_3 ，说明它是电源还是负载，并校验整个电路的功率是否平衡。

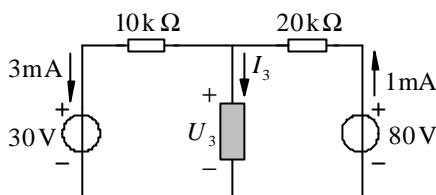


图 1-43 习题 1-1 的图

【习题 1-2】一只 110 V 8 W 的电灯，要接在 380 V 的电源上，问需串联多大的电阻？该电阻应选用多大瓦数的？

【习题 1-3】一个电池的短路电流为 20 A，开路电压为 12 V。如果该电池与一个电阻为 2 Ω 的灯泡相连，计算灯泡消耗的功率。

【习题 1-4】图 1-44 中的电路可测电源的电动势和内阻。当开关断开时，电压表的读数为 6 V；开关闭合时，电流表的读数为 0.58 A，电压表的读数为 5.8 V，求 E 和 R_0 。设电压表的内阻远大于 R_0 ，而电流表的内阻远小于 R_0 。

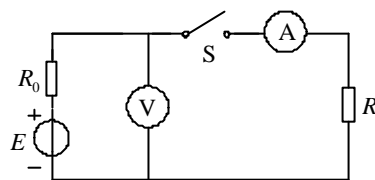


图 1-44 习题 1-4 的图

【习题 1-5】有两只电阻，其额定值分别为 40 Ω 10 W 和 200 Ω 40 W，试问允许通过它们的电流是多少？如将两者串联起来，其两端最高允许电压可加多大？

【习题 1-6】求图 1-45 所示电路中的 U_{ab} 。

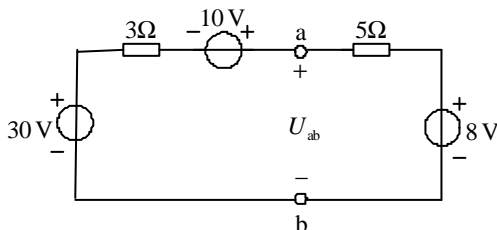


图 1-45 习题 1-6 的图

【习题 1-7】计算图 1-46-所示电路中的 I 。

【习题 1-8】计算图 1-47 所示电路中的 I 和 U 。

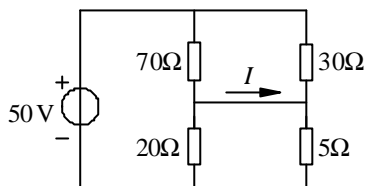


图 1-46 习题 1-7 的图

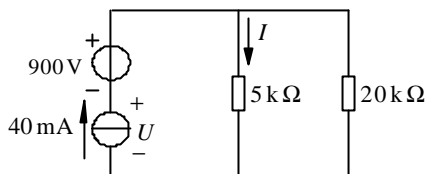


图 1-47 习题 1-8 的图

【习题 1-9】计算图 1-48 所示电路中的 I 。

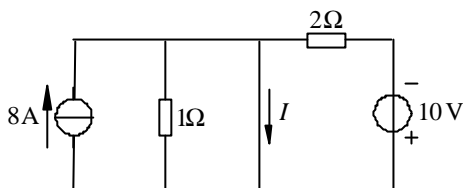


图 1-48 习题 1-9 的图

【习题 1-10】试求图 1-49 电路中 A 点和 B 点的电位。如将两点直接连成一条线或接一电阻，对电路工作有无影响？

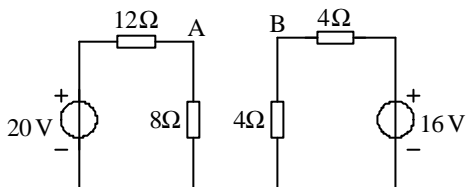


图 1-49 习题 1-10 的图

【习题 1-11】计算图 1-50 中的电压 U 。

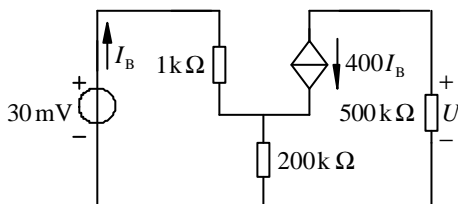


图 1-50 习题 1-11 的图

【习题 1-12】计算图 1-51 电路中受控源的功率。

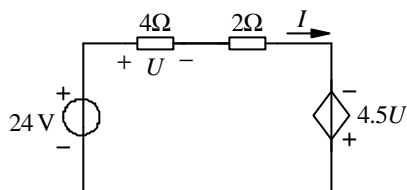


图 1-51 习题 1-12 的图

【习题 1-13】图 1-52 是一电阻联接电路，当 $U = 10\text{V}$ 时， $I = 2\text{A}$ ；并已知该电阻电路由四个 3Ω 的电阻构成，试问这四个电阻是如何联接的？

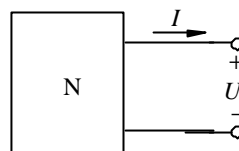


图 1-52 习题 1-13 的图

【习题 1-14】图 1-53 中， R_1 和 R_2 为同轴电位器。问当活动触点移到最左端、最右端和中点时，输出电压 U_{ab} 各为多少伏？

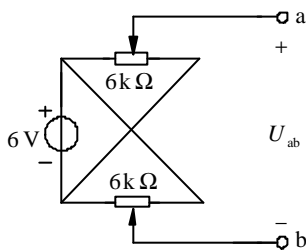


图 1-53 习题 1-14 的图

【习题 1-15】计算图 1-54 中开关 S 断开或闭合时 a 点的电位。

【习题 1-16】计算图 1-55 中 a 点的电位。

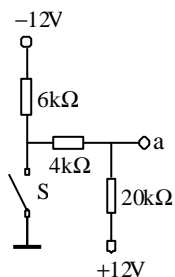


图 1-54 习题 1-15 的图

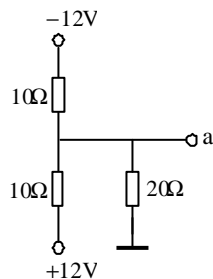


图 1-55 习题 1-16 的图