# 一、 例题精选

**【例题 5.1】** 有一电容元件，$C$=0.5F，今通入一三角波形的周期电流(图 5.1（b）)，（1）求电容元件两端电压 $u_C$ ；(2）作出 $u_C$ 的波形；(3）计算 $t$=2.5s 时电容元件的电场中储存的能量。设 $u_{C0}=0$。

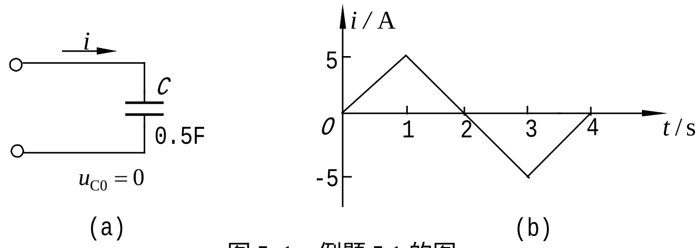



图 5. 1 例题 5.1 的图

**【解】** 先写出图 5.1（b）各段电流波形的时间函数式：

0≤$t$≤1s 时， $i$=5$t$ A；

1s≤$t$≤3s 时，$i$=-5$t$+10 A；

3s≤$t$≤4s 时，$i$=5$t$ - 20 A。

(1) 求电容元件两端电压 $u_C$ ：

0≤$t$≤1s 时，$u_{C0}$=0

$$u_C=\frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t=\frac{1}{0.5}\int 5t\,\mathrm{d}t=5t^2\ \mathrm{V}$$

1s≤$t$≤3s 时

$$u_C=\frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t=\frac{1}{0.5}\int(-5t+10)\,\mathrm{d}t=-5t^2+20t+K$$

当 $t_1$=1s 时，$u_{C1}$=5V，代入上式，得 $K$=-10，故

$$u_C=-5t^2+20t-10\ \mathrm{V}$$

3s≤$t$≤4s 时

$$u_C=\frac{1}{C}\int i\,\mathrm{d}t=\frac{1}{0.5}\int(5t-20)\,\mathrm{d}t=5t^2-40t+K$$

当 $t_3$=3s 时，$u_{C3}=-5\times3^2+20\times3-10=5\mathrm{V}$，代入上式，得 $K$=80，故

$$u_C=5t^2-40t+80\mathrm{V}$$

(2) $u_C$ 的波形如图 5.2 所示。

(3) 计算 $t$=2.5s 时电容元件的电场中储存的能量

$$u_{C2.5}=-5\times2.5^2+20\times2.5-10=8.75\mathrm{V}$$

$$W=\frac{1}{2}Cu_{C2.5}^2=\frac{1}{2}\times0.5\times8.75^2=19.1\mathrm{J}$$

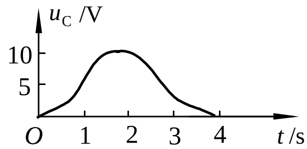



图 5.2 $u_C$ 的波形

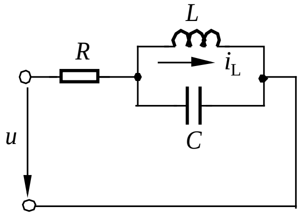
**【例题 5.2】**电路如图 5.3 所示。已知 $R=3\Omega$, $\omega L=3\Omega$, $\frac{1}{\omega C}=27\Omega$, $u(t)$=60+100sin( $\omega t$+30°)+72sin3$\omega t$ V。求电流 $i_L$= ?

**【解】** 直流电压 $U_0$= 60V 单独作用时，电容开路，电感短路，通过 $L$ 的直流分量

$$I_{\mathrm{o}}=\frac{U_{\mathrm{o}}}{R}=\frac{60}{3}=20\mathrm{A}$$

$u_1$=100sin( $\omega t$+30 ° ) V 单独作用时，取 $\dot{U}_{1\mathrm{m}}=100\angle 30°\mathrm{V}$，则

$$\dot{I}_{\mathrm{L1m}}=\frac{\dot{U}_{1\mathrm{m}}}{\boldsymbol{R}+\dfrac{\mathrm{j}\omega\boldsymbol{L}\cdot\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\boldsymbol{C}}}{\mathrm{j}\omega\boldsymbol{L}-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega\boldsymbol{C}}}}\times\frac{\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega\boldsymbol{C}}}{\mathrm{j}\omega\boldsymbol{L}-\mathrm{j}\dfrac{1}{\omega\boldsymbol{C}}}=\frac{100\angle 30^{\circ}}{3+\dfrac{\mathrm{j}3\times(-\mathrm{j}27)}{\mathrm{j}3-27}}\times\frac{-\mathrm{j}27}{\mathrm{j}3-\mathrm{j}27}=$$




$$25\angle 78.4^{\circ}\,\mathrm{A}$$

所以 $i_{L1}$=25sin( $\omega t$ +78.4 ° )V

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{C3}}=\frac{1}{3}\boldsymbol{X}_{\mathrm{C3}}=\frac{1}{3}\times 27=9\Omega$$

$$\boldsymbol{X}_{\mathrm{L3}}=3\omega\boldsymbol{L}=3\times 3=9\Omega$$

图 5.3　例题 5.2 的图

$u_1$=72sin3 $\omega t$ V 单独作用时，取 $\dot{U}_{3\mathrm{m}}=72\angle 0°\mathrm{V}$，则因为

$X_{L3}$=$X_{C\,3}$= 9 Ω

所以电路处于并联谐振状态。又因为通过 $R$ 的电流为零，所以

$$\dot{I}_{\mathrm{L3m}}=\frac{\dot{U}_{3\mathrm{m}}}{\mathrm{j}\boldsymbol{X}_{\mathrm{L3}}}=\frac{72\angle 0°}{\mathrm{j}9}=8\angle -90°\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{L3}}=8\sin(3\omega\boldsymbol{t}-90°)\mathrm{A}$$

$$\boldsymbol{i}_{\mathrm{L}}=\boldsymbol{I}_0+\boldsymbol{i}_{\mathrm{L1}}+\boldsymbol{i}_{\mathrm{L3}}=20+25\sin(\omega\boldsymbol{t}+78.4°)+8\sin(3\omega\boldsymbol{t}-90°)\mathrm{A}$$

**【例题 5.3】** 电路如图 5.5 所示。

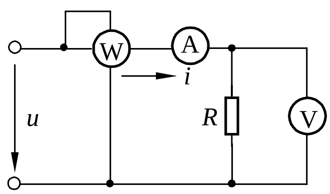
已知 $u=40\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)+30\sqrt{2}\sin(3\omega t+60°)\mathrm{V}$，$R$=10 Ω。

求：(1) 电流的瞬时表达式；(2) Ⓐ Ⓥ的读数（有效值）；(3) Ⓦ的读数。

**【解】**

$$I_1=\frac{U_1}{R}=4\mathrm{A}\qquad i_1=4\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)\mathrm{A}$$

$$I_3=\frac{U_3}{R}=3\mathrm{A}\qquad i_3=3\sqrt{2}\sin(3\omega t+60°)\mathrm{A}$$




电流 $i$ 的瞬时表达式

$$i=4\sqrt{2}\sin(\omega t+30°)+3\sqrt{2}\sin(3\omega t+60°)\mathrm{A}$$

图 5.5　例题 5.3 的图

Ⓐ和Ⓥ的读数

$$I=\sqrt{I_1^{2}+I_2^{2}}=\sqrt{4^2+3^2}=5\mathrm{A}$$

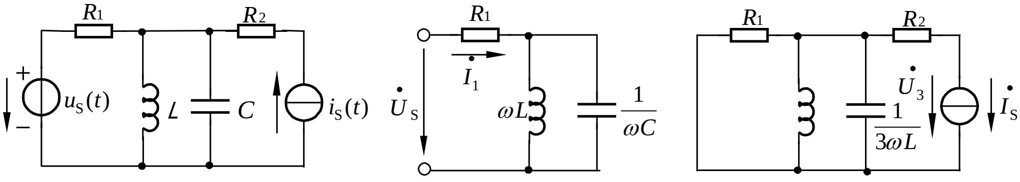
$$U=\sqrt{U_1^{2}+U_3^{2}}=\sqrt{40^2+30^2}=50\mathrm{V}$$

Ⓦ表的读数

$$P = I_1^2 R + I_3^2 R = 160 + 90 = 250\text{W}$$

**【例题 5.4】** 图 5.5 电路中，已知 $u_S(t) = 311\sin(314t+20°)$ V， $i_S(t) = 2.83\sin942t$ A，$R_1$=50Ω，$R_2$=20Ω，$L$=225.4mH，$C$=5μF。 求电压源和电流源各发出多少功率？

**【解】** 由题意可知，只要求出 $u_S(t)$ 单独作用时通过 $u_S(t)$ 的基波电流，即可求出 $u_S(t)$发出的功率。同理 $i_S(t)$为 3 次谐波，只要求出 $i_S(t)$单独作用时 $i_S(t)$的两端电压，即可求出 $i_S(t)$ 发出的功率。因为不同频率的电压和电流不产生功率。




(a)　　(b)　　(c)

图 5.5　例题 5.4 的图

$$\omega L = 314 \times 225.4 \times 10^{-3} = 70.8\Omega \qquad 3\omega L = 212\Omega$$

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \times 5} = 637\Omega \qquad \frac{1}{3\omega C} = 212\Omega$$

$u_S(t)$单独作用时，如图 5.5 所示，取$\dot{U}_S = 220\angle 20°\text{V}$, 则

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_S}{R_1 + \dfrac{\mathrm{j}\omega L(-\mathrm{j}\frac{1}{\omega C})}{\mathrm{j}\omega L - \mathrm{j}\frac{1}{\omega C}}} = \frac{220\angle 20°}{50 - \mathrm{j}79.7} = 2.34\angle 78°\ \text{A}$$

所以

$$i_1 = 2.34\sqrt{2}\sin(314t + 78°)\text{A}$$

$u_S(t)$发出的功率

$$P_u = U_S I_1 \cos\varphi_1$$
$$P_u = 220 \times 2.34\cos 58° = 274\text{W}$$

$i_S(t)$单独作用时，如图 5.5 (b) 所示，则

$$\dot{I}_S = \frac{2.83}{\sqrt{2}}\angle 0° = 2\angle 0°\ \text{A}$$

因为

$$3\omega L = \frac{1}{3\omega C}$$

所以通过 $R_1$ 的电流也是 $\dot{I}_S$ ，则

$$\dot{U}_3 = \dot{I}_S(R_1 + R_2) = 2(50 + 20) = 70 \times 2 = 140\angle 0°\text{V}$$

所以

$$u_3 = 140\sqrt{2}\sin 942t\ \text{V}$$

$i_S(t)$发出的平均功率

$$P_1 = U_3 I_3 \cos\varphi_3 = 140 \times 2\cos 0° = 280\ \text{W}$$

**【例题 5.5】** 图 5.6 电路为滤波电路，要求 $4\omega$的谐波电流能传送至负载，而基波电流无法达到负载。如果 $C$=1μF, $\omega$ =1 000/s 求 $L_1$ 和 $L_2$。

**【解】**若基波电流无法达到负载 $R_L$，则 $L_1$ 和 $C$ 并联电路必定产生并联谐振，即

$$\omega L_1 = \frac{1}{\omega C} \qquad L_1 = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{1\,000^2 \times 10^{-6}} = 1\text{H}$$

若满足 $4\omega$ 谐波电流传送至负载 $R_L$，则必有 $Z(4\omega)$=0，电路对于 $4\omega$ 谐波产生串联谐振，即

$$\frac{\text{j}4\omega L_1 \cdot \dfrac{1}{\text{j}4\omega C}}{\text{j}4\omega L_1 + \dfrac{1}{\text{j}4\omega C}} + \text{j}4\omega L_2 = 0$$

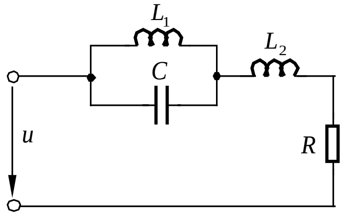



图 5.6　例题 5.5 的图

解得

$$L_2 = \frac{L_1}{16\omega^2 L_1 C - 1} = 66.7\text{mH}$$

**【例题 5.6】** 图 5.7 电路中，已知$R = \omega L = \dfrac{1}{\omega C} = 1\Omega$，$u$=20sin3$\omega t$ +5sin5$\omega t$ V。求 ：(1) $i$ =?

(2) $i$ 和 $u$ 的有效值 $I$ 和 $U$ 为多少?

（3）电路消耗的功率 $P$=?

**【解】**因为 $u_1$=20sin$\omega t$ V，取$\dot{U}_{1\text{m}} = 20\angle 0°\text{V}$，则

$$\dot{I}_{1\text{m}} = (\frac{1}{R} + \frac{1}{\text{j}\omega L} + \text{j}\omega C)$$

$$\dot{U}_{1\text{m}} = (1 - \text{j} + \text{j}) \times 20\angle 0° = 20\angle 0°\text{A}$$

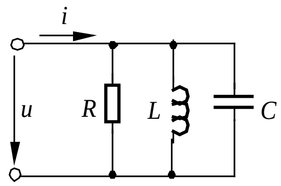



图 5.7　例题 5.6 的图

所以　　$i_1$=20sin$\omega t$　A

因为 $u_3$= 9 sin$\omega t$　V ，取$\dot{U}_{3\text{m}} = 9\angle 0°\text{V}$, 则

$$\dot{I}_{3\text{m}} = (\frac{1}{R} + \frac{1}{\text{j}3\omega L} + \text{j}5\omega C) \quad \dot{U}_{3\text{m}} = (1 + \frac{1}{\text{j}3} + \text{j}3) \times 9\angle 0° = 9 + \text{j}24 = 25.6\angle 69.4°\text{A}$$

所以　　$i_3$=25.6sin(3$\omega t$ +69.4°) A

因为 $u_5$= 5sin$\omega t$ V，取$\dot{U}_{5\text{m}} = 5\angle 0°\text{V}$，则

$$\dot{\boldsymbol{I}}_{5\text{m}} = (\frac{1}{\boldsymbol{R}} + \frac{1}{\text{j}5\omega \boldsymbol{L}} + \text{j}5\omega \boldsymbol{C})\,\dot{\boldsymbol{U}}_{5\text{m}} = (1 + \frac{1}{\text{j}5} + \text{j}5) \times 5\angle 0° = 5 + \text{j}24 = 24.5\angle 78.2°\text{A}$$

所以　　$i_5$=24.5sin(5$\omega t$ +78.2°) A

有效值

$$I=\sqrt{I_1^{\,2}+I_2^{\,2}+I_3^{\,2}}=\sqrt{(\frac{20}{\sqrt{2}})^2+(\frac{25.6}{\sqrt{2}})^2+(\frac{24.5}{\sqrt{2}})^2}=28.8\text{A}$$

$$i=i_1+i_2+i_3=20\sin\omega t+25.6\sin(3\omega t+69.4°)+24.5(5\omega t+78.2°)\text{A}$$

$$U=\sqrt{U_1^{\,2}+U_2^{\,2}+U_3^{\,2}}=\sqrt{(\frac{20}{\sqrt{2}})^2+(\frac{9}{\sqrt{2}})^2+(\frac{5}{\sqrt{2}})^2}=15.9\text{V}$$

平均功率

$$P=U_1I_1\cos\varphi_1+U_3I_3\cos\varphi_3+U_5I_5\cos\varphi_5$$

$$=\frac{20}{\sqrt{2}}\times\frac{20}{\sqrt{2}}\cos 0°+\frac{9}{\sqrt{2}}\times\frac{25.6}{\sqrt{2}}\cos 69.4°+\frac{5}{\sqrt{2}}\times\frac{24.5}{\sqrt{2}}\cos 78.2°$$

$$=200+40.5+12.5=253\text{W}$$

或 $P=\dfrac{U_1^{\,2}}{R}+\dfrac{U_3^{\,2}}{R}+\dfrac{U_5^{\,2}}{R}=(U_1^{\,2}+U_3^{\,2}+U_5^{\,2})=253\text{W}$

## 二、习题精选

**【习题 5.1】**　图 5.8 电路中，○的读数为 115V，$i$=2sin100 $t$+sin(300$t$ –15 ° )A，○的读数为 120W。求 $R$ 和 $C$ 之值。

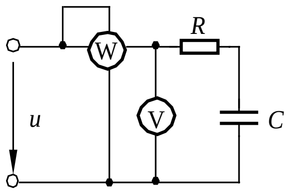



图 5.8　习题 5.1 的图

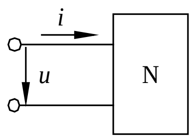



图 5.9　习题 5.2 的图

**【习题 5.2】**　电路如图 5.9。已知无源网络 N 的电压和电流为

$u\,(t)$=100sin314$t$ +50sin(942$t$ -30 ° ) V

$i\,(t)$=10sin314$t$ +1.755sin(942$t$ + $\alpha$ ) A

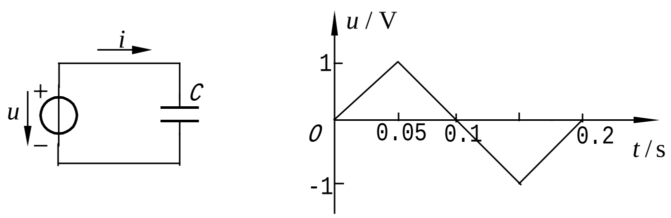
如果 N 可以看做是 $R$、$L$、$C$ 串联电路，试求：

（1）$R$、$L$、$C$ 的值；

（2）$\alpha$ 的值；

（3）电路消耗的功率。

**【习题 5.3】**　有一电容元件，$C$ = 0.01μF，在其两端加一三角波形的周期电压(图 5.10(b))，(1) 求电流 $i$；(2) 作出 $i$ 的波形；(3) 计算 $i$ 的平均值及有效值。




(a)　　(b)

图 5.10　习题 5.3 的图

**【习题 5.4】** 以$(50\sin\omega t+20\sin3\omega t+15\sin5\omega t)$V 所表示的电压施加到串联的 $LCR$ 电路，其中 $L$= 0.506H、$R$ =5Ω 和 $C$ = 20μF。

试计算基波电流的有效值以及与各次谐波相对应的电流。外施电压的基波分量的频率为 50Hz。并确定电容器两端的三个电压分量。

**【习题 5.5】** 已知 $R$ = 1Ω，$C$ = 1F，$u$ 的波形如图 5.11(b)所示。试画出电流 $i$ 的波形图。

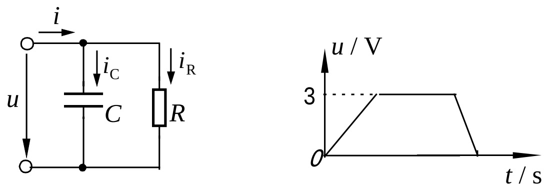



图 5.11　习题 5.5 的图

**【习题 5.6】** 施加到串联电路上的电压是以$(2\ 000\sin\omega t+600\sin3\omega t+400\sin5\omega t)$V 来表示。如果电路的电阻为 10Ω，电容为 30μF，而电感值将使得电路与电压的三次谐波发生谐振。试估算该电路中将流过的电流的有效值。基波频率为 50Hz。 并计算出在这些条件下，电感线圈端钮间的电压有效值。

**【习题 5.7】** 电容量为 3.18μF 的电容器与 1 000Ω 电阻并联，该组合又与 1 000Ω 电阻器串联连接到以 $u=350\sin\omega t+150\sin(3\omega t+30)$V 表示的电压上。试确定：

（1）如果 $\omega$ =314rad/s，电路中消耗的功率；

（2）串联电阻器两端的电压；

（3）总电流中谐波含量的百分数。

**【习题 5.8】** 10Ω 电阻与电感为 6.36mH 的线圈串联，电源电压以 $u=300\sin314t+50\sin942t+40\sin1570t$ V 表示。

试求：（1）电流瞬时值的表达式；

（2）消耗的功率。

**【习题 5.9】** 电路由 200μF 电容器与 7Ω 电阻器串联组成，供电电压的瞬时值以 $200\sin(314t)+20\sin(942t-90°)$V 来表示。 试推导出电流的表达式，并计算总电流的有效值、总功率和功率因数。

**【习题 5.10】** 由 10Ω 电阻器与 0.015H 电感器串联组成的电路流过的电流以 $i=10\sin314t+5\cos942t$A 来表示。试确定电路两端电压的表达式，并计算电压的有效值和功率因数、吸收的总功率。

## 二、 习题答案

**【习题 5.1】** $R$ = 48Ω， $C$ = 166MF。

**【习题 5.2】**（1） $R$=10Ω，$L$=31.8mH，$C$=166μF。

（2）$\alpha$ = - 99.5 °。

（3）$P$ = 515.4W。

**【习题 5.3】**（1）$0 \leq t \leq 0.05s$ 时， $i=0.2\mu A$

$0.05s \leq t \leq 0.15s$ 时，$i=-0.2\mu A$

$0.15s \leq t \leq 0.2s$ 时，$i=0.2\mu A$

（2）波形略

（3）$I_0=0 \quad I=0.2\mu A$

**【习题 5.4】** 7.07A , 0.3 mA , 0.139mA , 1 125V , 1.76V , 0.442V 。

**【习题 5.5】**

$$i=\begin{cases}1.5+1.5t & 0 \leq t \leq 2 \\ 3 & 2 \leq t \leq 5 \\ 1.5-3t & 5 \leq t \leq 6 \\ 0 & t \geq 6\end{cases}$$

图略

**【习题 5.6】** 45.6 A , 2 220 V。

**【习题 5.7】**（1）46.3 W

（2）$222\sin(\omega t+18.5°)+131\sin(3\omega t+15.3°)$ V

（3）59%

**【习题 5.8】** $29.4\sin(\omega t-11.3°)+4.28\sin(3\omega t-31°)+2.83\sin(5\omega t-45°)$ A , 4 454 W。

**【习题 5.9】** $11.5\sin(314t-66°14')+2.28\sin(942t-52°57')$ A , 8.3A， 483 W, 0.41。

**【习题 5.10】** $110.5\sin(314t+25°13')+86.5\sin(942t+54°39')$ V , 99 V, 0.8, 625 W。