

一、例题精解

【例题 3.1】 在 R 、 L 、 C 元件串联的电路中, 已知 $R = 30\Omega$, $L = 127\text{mH}$, $C = 40\mu\text{F}$, 电源电压 $u = 220\sqrt{2}\sin(314t + 20^\circ)\text{V}$ 。(1) 求感抗、容抗和阻抗; (2) 求电流的有效值 I 与瞬时值 i 的表达式; (3) 求功率因数 $\cos\varphi$; (4) 求各部分电压的有效值与瞬时值的表达式; (5) 作相量图; (6) 求功率 P 、 Q 和 S 。

【解】 (1) $X_L = \omega L = 314 \times 127 \times 10^{-3} = 40\Omega$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 \times 40 \times 10^{-6}} = 80\Omega$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{30^2 + (40 - 80)^2} = 50\Omega$$

$$(2) I = \frac{U}{|Z|} = \frac{220}{50} = 4.4\text{A}$$

$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{40 - 80}{30} = -53^\circ$$

$$i = 4.4\sqrt{2}\sin(314t + 20^\circ + 53^\circ) = 4.4\sqrt{2}\sin(314t + 73^\circ)\text{A}$$

$$(3) \cos\varphi = \cos(-53^\circ) = 0.6$$

$$(4) U_R = IR = 4.4 \times 30 = 132\text{V}$$

$$u_R = 132\sqrt{2}\sin(314t + 73^\circ)\text{V}$$

$$U_L = IX_L = 4.4 \times 40 = 176\text{V}$$

$$u_L = 176\sqrt{2}\sin(314t + 73^\circ + 90^\circ) = 176\sqrt{2}\sin(314t + 163^\circ)\text{V}$$

$$U_C = IX_C = 4.4 \times 80 = 352\text{V}$$

$$u = 352\sqrt{2}\sin(314t + 73^\circ - 90^\circ) = 352\sqrt{2}\sin(314t - 17^\circ)\text{V}$$

显然, $U \neq U_R + U_L + U_C$ 。

(5) 相量图如图 3.1 所示。

(6) $P = UI \cos\varphi =$

$$220 \times 4.4 \times 0.6 =$$

$$580.8\text{W}$$

$$Q = UI \sin\varphi =$$

$$220 \times 4.4 \times \sin(-53^\circ) =$$

$$220 \times 4.4 \times (-0.8) =$$

$$-774.4\text{var(容性)}$$

$$S = UI = 220 \times 4.4 = 968\text{VA}$$

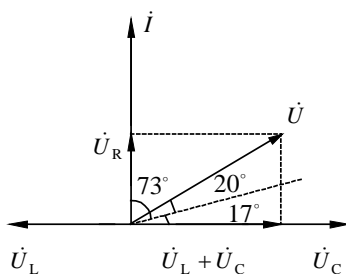


图 3.1 例题 3.1 的图

【例题 3.2】 试用相量(复数)计算上例中的电流 \dot{I} 和各部分电压 \dot{U}_R 、 \dot{U}_L 及 \dot{U}_C 。

【解】 $\dot{U} = 220\angle 20^\circ\text{V}$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 30 + j(40 - 80) = 30 - j40 = 50\angle -53^\circ\Omega$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 20^\circ}{50\angle -53^\circ} = 4.4\angle 73^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_R = \dot{I}R = 4.4 \times 30\angle 73^\circ = 132\angle 73^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_L = j\dot{I}X_L = j4.4 \times 40\angle 73^\circ = 176\angle 163^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_C = -j\dot{I}X_C = -j4.4 \times 80\angle 73^\circ = 352\angle -17^\circ \text{ V}$$

【例题 3.2】 图 3.2(a)为 RC 移相电路。已知电阻 $R=100\Omega$ ，输入电压 u_1 的频率为 500Hz。如要求输出电压 u_2 的相位比输入电压的相位超前 30° ，则电容值应为多少？

【解】 电路的相量图如图 3.2(b)所示，由相量图可以看出

$$\frac{U_C}{U_2} = \tan 30^\circ \quad \text{即} \quad \frac{IX_C}{IR} = \tan 30^\circ \quad \text{或者} \quad \frac{X_C}{R} = \tan 30^\circ$$

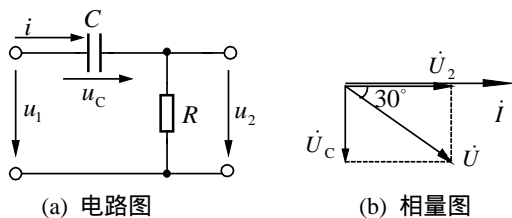


图 3.2 例题 3.3 的图

因为

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

于是

$$\frac{1}{\omega CR} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

即

$$\omega CR = \sqrt{3}$$

所以

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\omega R} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times fR} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times 500 \times 100} = 5.52 \times 10^{-6} \text{ F} = 5.52 \mu\text{F}$$

【例题 3.4】 在图 3.3 (a)中，已知电源电压 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ$ ， $R_1 = R_2 = X_L = X_C = 50\Omega$ ，试求 \dot{U}_{ab} 。

【解】 (1) 用相量图求解：以电源电压 \dot{U} 为参考相量，作出的相量图如图 3.3 (b)所示。从相量图上可以看出，在数值上 $U_{ab} = U = 100\text{V}$ ，在相位上 U_{ab} 滞后 U 90° 。所以， $\dot{U}_{ab} = -j100\text{V}$ 。

(2) 用复数计算求解

$$\dot{I}_C = \frac{100\angle 0^\circ}{50 - j50} = \frac{100\angle 0^\circ}{\sqrt{50^2 + 50^2} \angle -45^\circ} = \sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{ao} = \dot{U}_C = -j\dot{I}_C X_C = -j\sqrt{2} \times 50 \angle 45^\circ = 50\sqrt{2} \angle -45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{bo} = \dot{U}_L = j\dot{I}_L X_L = j\sqrt{2} \times 50 \angle -45^\circ = 50\sqrt{2} \angle 45^\circ \text{ V}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{ao} - \dot{U}_{bo} = 50\sqrt{2} \angle -45^\circ - 50\sqrt{2} \angle 45^\circ = \\ &= 50 - j50 - 50 - j50 = -j100\text{V} \end{aligned}$$

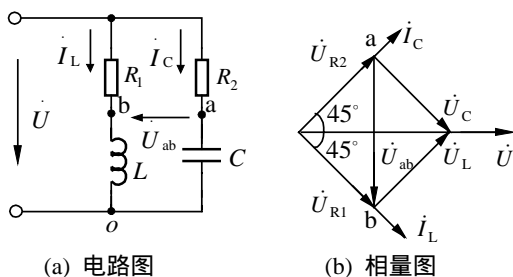


图 3.3 例题 3.4 的图

【例题 3.5】 在图 3.4 中, 已知电源电压 $\dot{U} = 220\angle 0^\circ \text{ V}$ 。试求: (1) 等效复阻抗 Z ; (2) 电流 \dot{I} 、 \dot{I}_1 和 \dot{I}_2 。

【解】 (1) 等效复阻抗

$$\begin{aligned} Z &= 50 + \frac{(100 + j200)(-j400)}{100 + j200 - j400} = \\ &= 50 + 320 + j240 = \\ &= 370 + j240 = \\ &= 440\angle 33^\circ \Omega \end{aligned}$$

(2) 电流

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{220\angle 0^\circ}{440\angle 33^\circ} = 0.5\angle -33^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_1 &= \frac{-j400}{100 + j200 - j400} \times 0.5\angle -33^\circ = \\ &= \frac{400\angle -90^\circ}{224\angle -63.4^\circ} \times 0.5\angle -33^\circ = 0.89\angle -59.6^\circ \text{ A} \\ \dot{I}_2 &= \frac{100 + j200}{100 + j200 - j400} \times 0.5\angle -33^\circ = \\ &= \frac{224\angle 63.4^\circ}{224\angle -63.4^\circ} \times 0.5\angle -33^\circ = 0.5\angle 93.8^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

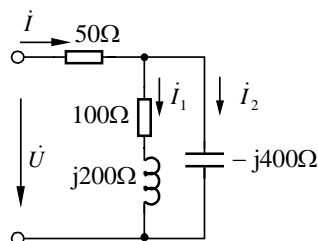


图 3.4 例题 3.5 的图

【例题 3.6】 图 3.5 所示的电路是 RC 振荡电路的一个重要组成部分。试证明当频率 $f = f_0 = \frac{1}{2RC}$ 时, 输入电压 \dot{U}_1 与输出电压 \dot{U}_2 同相, 并证明这时 $\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3}$ 。

【解】 证明: RC 串联部分的复数阻抗为

$$Z_3 = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{1 + j\omega RC}{j\omega C}$$

RC 并联部分的复数阻抗为

$$Z_2 = \frac{R \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

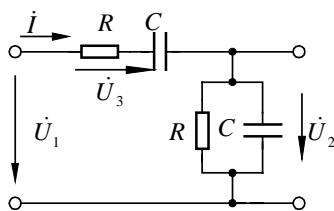


图 3.5 例题 3.6 的图

输出电压为

$$\begin{aligned}\dot{U}_2 = iZ_2 &= \frac{\dot{U}Z_1}{Z_3 + Z_2} = \frac{\frac{R}{1+j\omega RC}}{\frac{1+j\omega RC}{j\omega C} + \frac{R}{1+j\omega RC}} \dot{U}_1 = \\ &= \frac{j\omega RC}{(1+j\omega RC)^2 + j\omega RC} \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_1}{3 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})}\end{aligned}$$

欲使 \dot{U}_2 与 \dot{U}_1 同相, 上式分母的虚数部分必须为零, 即

$$\omega RC = \frac{1}{\omega RC}$$

由此得

$$f = f_0 = \frac{1}{2RC}$$

这时

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{3}$$

【例题 3.7】 在图 3.6(a)中, 通过调节电阻 R , 可在 ab 端获得相位可调的输出电压 \dot{U}_{ab} 。今已知 R 在 $0 \sim 1.5 \text{ k}\Omega$ 范围内变化, $C = 150 \mu\text{F}$, 电源电压 $U = 20\text{V}$, 其频率为 50Hz , 试求输出电压 U_{ab} 的大小和移相范围。

【解】

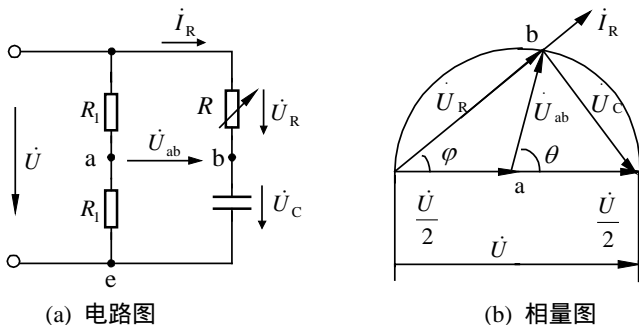


图 3.6 例题 3.7 的图

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{ac} - \dot{U}_{bc} = \frac{\dot{U}}{2} - \dot{I}_R(-jX_C)$$

因为

$$\dot{I}_R = \frac{\dot{U}}{R - jX_C}$$

所以

$$\dot{U}_{ab} = \frac{\dot{U}}{2} - \frac{\dot{U}}{R - jX_C}(-jX_C) =$$

$$\frac{\dot{U}(R + jX_C)}{2(R - jX_C)} = \frac{\dot{U}|Z|\angle\varphi}{2|Z|\angle-\varphi} = \frac{\dot{U}}{2}\angle 2\varphi = \frac{\dot{U}}{2}\angle\theta$$

式中阻抗

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

\dot{I}_R 与 \dot{U} 之间的相位差

$$\varphi = \arctan \frac{X_C}{R} = \arctan \frac{1}{R\omega C}$$

\dot{U}_{ab} 与 \dot{U} 之间的相位差

$$\theta = 2\varphi$$

由上式可知, 当改变电阻 R 时, 输出电压 U_{ab} 是一个不变恒定的值, 即有

$$U_{ab} = \frac{U}{2}$$

本题中

$$U_{ab} = \frac{20}{2} = 10\text{V}$$

当电阻 R 由零变到无穷大时, φ 角由 90° 变到零, θ 角由 180° 变到零。当电阻 R 由零变到 $1.5\text{k}\Omega$ 时, \dot{U}_{ab} 的相位从 180° 减小到:

$$\theta = 2\varphi = 2 \arctan \frac{1}{\omega RC} = 2 \arctan \frac{1}{2 \times 50 \times 150 \times 10^{-6} \times 1.5 \times 10^3} = 2 \times 0.8^\circ = 1.6^\circ$$

即在 $180^\circ \sim 1.6^\circ$ 之间的 178.4° 的范围内移相。

相量图如图 3.6(b) 所示。由于 \dot{U}_R 和 \dot{U}_C 互相差 90° , 而其和恒等于电源电压, 所以改变电阻 R , I_R 随之改变的同时, b 点的轨迹是以 $\frac{U}{2}$ 为半径的半圆。 \dot{U}_{ab} 的大小等于半径, 它与电源电压之间的相位差 θ 角随调节电阻的大小而改变, 从而达到移相的目的。

【例题 3.8】 在图 3.7 中, 已知 $Z_1 = 20 + \text{j}100\Omega$, $Z_2 = 50 + \text{j}150\Omega$, 当要求 \dot{i}_2 滞后 \dot{U} 90° 时, 电阻 R 为多大?

【解】 $Z = Z_1 + Z_{2R} = Z_1 + \frac{Z_2 R}{Z_2 + R} = \frac{Z_1 Z_2 + (Z_1 + Z_2)R}{Z_2 + R}$

设 $\dot{U} = U \angle 0^\circ$

于是得 $\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{\dot{U}(Z_2 + R)}{Z_1 Z_2 + (Z_1 + Z_2)R}$

阻抗 Z_2 中的电流

$$\dot{i}_2 = \frac{R}{Z_2 + R} \dot{i} = \frac{\dot{U}(Z_2 + R)}{Z_1 Z_2 + (Z_1 + Z_2)R} \frac{R}{Z_2 + R} =$$

$$\frac{\dot{U}R}{Z_1 Z_2 + (Z_1 + Z_2)R}$$

将已知数代入

$$\dot{i}_2 = \frac{\dot{U}R}{(20 + \text{j}100)(50 + \text{j}150) + (70 + \text{j}250)R} = \frac{\dot{U}R}{70R - 15000 + 1000 + \text{j}(5000 + 3000 + 250R)}$$

若 \dot{i}_2 滞后 \dot{U} 90° , 则分母中实部应等于零, 即

$$70R - 14000 = 0$$

所以

$$R = 200\Omega$$

【例题 3.9】 试证明串联谐振频率 f_0 、通频带宽度 $\Delta f = f_2 - f_1$ 和品质因数 Q 之

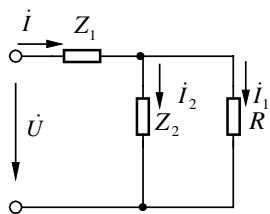


图 3.7 例题 3.8 的图

间有如下关系： $\Delta f = \frac{f_0}{Q}$ 。

【解】 证明 由于在 f_1 与 f_2 时的电流为谐振时电流 I_0 的 0.707 倍，故

$$\frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C})^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0 = \frac{U}{\sqrt{2} R}$$

或
$$R^2 + (\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C})^2 = R^2 + (\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C})^2 = 2R^2$$

可见， f_1 与 f_2 应该是满足下列关系的两个频率

$$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 C} = -R$$

$$\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} = +R$$

第一式右边取负号是因为

$$f_1 < f_0, \quad \omega_1 L < \frac{1}{\omega_1 C}$$

而第二式右边取正号是因为

$$f_2 > f_0, \quad \omega_2 L > \frac{1}{\omega_2 C}$$

上两式可变为下列形式

$$\omega_1^2 LC + \omega_1 RC = 1, \quad \omega_2^2 LC - \omega_2 RC = 1$$

两式相等，即

$$L(\omega_2^2 - \omega_1^2) = R(\omega_2 + \omega_1)$$

$$L(\omega_2 - \omega_1) = R$$

$$L(2f_2 - 2f_1) = R$$

由此得

$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{R}{2L} = \frac{f_0 R}{2f_0 L} = \frac{f_0}{Q}$$

【例题 3.10】在电阻、电感、电容元件串联的交流电路中，已知电源电压 $U = 1V$ ， $R = 10\Omega$ ， $L = 4mH$ ， $C = 160pF$ 。试求：(1) 当电路发生谐振时的频率、电流、电容器上的电压、品质因数、通频带宽度；(2) 当频率偏离谐振点 $+10\%$ 时的电流、电容器上的电压。

【解】 (1) 谐振时
$$f_0 = \frac{1}{2\sqrt{LC}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \sqrt{4 \times 10^{-3} \times 160 \times 10^{-12}}} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 80 \times 10^{-8}} = 199.1kHz$$

谐振电流

$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{1}{10} = 0.1A = 100 \text{ mA}$$

谐振时的感抗与容抗

$$X_L = \omega_0 L = 2\pi f_0 L = 2 \times 3.14 \times 199.1 \times 10^3 \times 4 \times 10^{-3} = 5000 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{1}{2\pi f_0 C} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 199.1 \times 10^3 \times 160 \times 10^{-12}} = 5000 \Omega$$

电容器上的电压

$$U_C = I_0 X_C = 0.1 \times 5000 = 500 \text{ V}$$

品质因数

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{500}{1} = 500$$

通频带宽度

$$\Delta f = \frac{f_0}{Q} = \frac{199.1 \times 10^3}{500} = 398.2 \text{ Hz}$$

$$f_1 = f_0 - \frac{\Delta f}{2} = 199100 - 199.1 = 198.9 \text{ kHz}$$

$$f_2 = f_0 + \frac{\Delta f}{2} = 199100 + 199.1 = 199.3 \text{ kHz}$$

(2) 当频率偏离谐振点+10%时

此时 X_L 和 X_C 将分别增加10%和减少10%，即

$$X_L = 5500 \Omega \quad X_C = 4500 \Omega$$

阻抗

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (5500 - 4500)^2} = 1000 \Omega$$

电流

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{1}{1000} = 0.001 \text{ A} = 1 \text{ mA}$$

电容器上的电压

$$U_C = I X_C = 0.001 \times 4500 = 4.5 \text{ V}$$

可见频率偏离谐振点+10%时，电流 I 和电容器上的电压 U_C 都大大地减小了。

【例题 3.11】 在图 3.8 中，已知电压表的读数为 30V，试求电流表的读数。

【解】 由于电压表的读数为 30V，所以

$$I_2 = \frac{30}{3} = 10 \text{ A}$$

设 $\dot{I}_2 = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$ ，于是得

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{I}_2 Z_2 = 10 \angle 0^\circ \times (3 - j3) = \\ &42.4 \angle -45^\circ \text{ V} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{Z_1} = \frac{42.4 \angle -45^\circ}{5 + j2} =$$

$$7.8 \angle -66.8^\circ = (3 - j7.2) \text{ A}$$

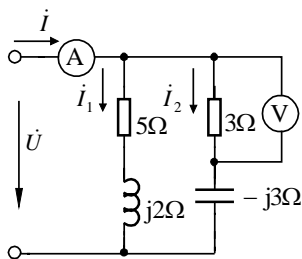
$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 3 - j7.2 + 10 = 13 - j7.2 = 15 \angle -29^\circ \text{ A}$$

【例题 3.12】 已知电路如图 3.9 所示，电源电压 $\dot{U} = U \angle 0^\circ$ ，内阻抗 $Z_0 = R_0 + jX_0$ ，负载阻抗 $Z_L = R_L + jX_L$ ，求负载获取的最大功率。

【解】 由电路图可知

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_0 + Z_L} = \frac{\dot{U}}{(R_0 + R_L) + j(X_0 + X_L)}$$

电流的有效值为



3.8 例题 3.11 的图

$$I = \frac{U}{\sqrt{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2}}$$

负载获得的功率是

$$P = I^2 R_L = \left[\frac{U^2}{(R_0 + R_L)^2 + (X_0 + X_L)^2} \right] R_L$$

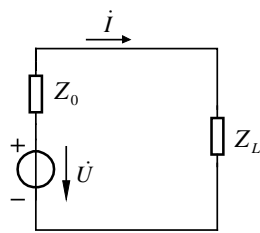


图 3.9 例题 3.12 的图

若负载电阻 R_L 不变, 改变 X_L , 为了获得最大功率, 应使 $(X_0 + X_L)$ 项等于零, 于是有

$$X_L = -X_0$$

此时电路变为纯电阻电路, 则功率为

$$P = \frac{U^2}{(R_0 + R_L)^2} R_L$$

其次再考虑在 $X_L = -X_0$ 的已知条件下, 改变 R_L , 获得最大功率, 它与电阻电路中求电源与负载匹配条件时相同。

令 $\frac{dP}{dR_L} = 0$, 可推导出 $R_L = R_0$ 。

由上可知, 负载获得最大功率的条件是

$$R_L = R_0 \quad X_L = -X_0$$

即负载获得的最大功率是

$$P_{\max} = \frac{U^2}{4R_0}$$

【例题 3.13】 在例题 3.12 图 3.9 中, 若已知 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ \text{ V}$, $Z_0 = 5 + j10\Omega$, 负载阻抗 Z 分别为 (1) $Z_L = 5\Omega$ 、(2) $Z_L = |Z|$ 、(3) $Z_L = 5 - j10\Omega$ 数值时, 试求负载的功率。

【解】 已知 $Z_0 = 5 + j10 = 11.2\angle 63.4^\circ \Omega$

(1) $Z_L = 5\Omega$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_0 + Z_L} = \frac{100\angle 0^\circ}{5 + j10 + 5} = \frac{100\angle 0^\circ}{10 + j10} = \frac{100\angle 0^\circ}{10\sqrt{2}\angle 45^\circ} = 7.07\angle -45^\circ \text{ A}$$

$$P_L = I^2 R_L = (7.07)^2 \times 5 = 250 \text{ W}$$

(2) $Z_L = |Z_0| = 11.2\Omega$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_0 + Z_L} = \frac{100\angle 0^\circ}{5 + j10 + 11.2} = \frac{100\angle 0^\circ}{16.2 + j10} = \frac{100\angle 0^\circ}{19\angle 31.7^\circ} = 5.26\angle -31.7^\circ \text{ A}$$

$$P_L = I^2 R_L = (5.26)^2 \times 11.2 = 310 \text{ W}$$

(3) $Z_L = 5 - j10\Omega$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z_0 + Z_L} = \frac{100\angle 0^\circ}{5 + j10 + 5 - j10} = \frac{100\angle 0^\circ}{10} = 10\angle 0^\circ$$

$$P_L = I^2 R_L = 10^2 \times 5 = 500 \text{ W}$$

【例题 3.14】 在图 3.10 (a) 中, 已知电源电压 $\dot{U} = 100\angle 0^\circ$, $X_L = 1000\Omega$,

$X_C = 500\Omega$, $R = 2000\Omega$, 求电流 \dot{I} 。

【解】 此电路为复杂交流电路, 因此, 用戴维南定理求解。

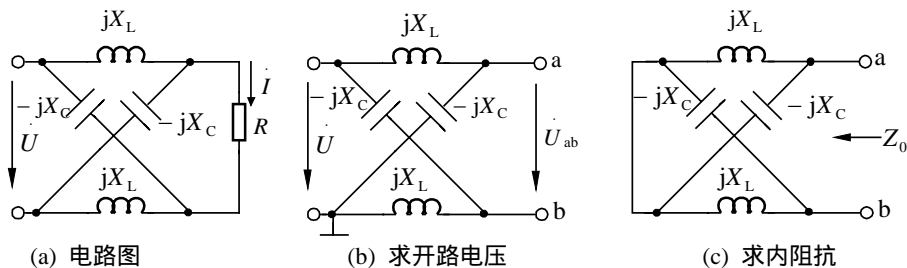


图 3.10 例题 3.14 的图

将电阻 R 断开, 求有源二端网络的开路电压 \dot{U}_{ab} 。由图 3.10 (b) 可知

$$\dot{V}_a = \frac{-j500}{j1000 - j500} 100\angle 0^\circ = 100\text{ V}$$

$$\dot{V}_b = \frac{j1000}{j1000 - j500} 100\angle 0^\circ = 200\text{ V}$$

所以

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_a - \dot{U}_b = -100 - 200 = -300\text{ V}$$

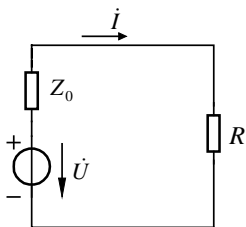


图 3.11 例题 3.14 的图

内阻抗 Z_0 可由图 3.10 (c) 的电路求出, 它等于两个串联的 X_L 与 X_C 并联电路的等效阻抗, 即

$$Z_0 = 2 \frac{(j1000)(-j500)}{j1000 - j500} = -j2000\Omega$$

由图 3.11 求出电阻 R 中的电流, 即

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z_0 + R} = \frac{-300}{-j2000 + 2000} = -0.106\angle 45^\circ = 0.106\angle 135^\circ\text{ A}$$

【例题 3.15】 在图 3.12 (a) 所示的正弦交流电路中, 已知复阻抗 $Z_1 = 3 + j4$, $Z_2 = 6 + j8\Omega$, $Z_3 = 5 + j5\Omega$, 电压源电压 $u = 220\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ)\text{ V}$, 电流源的电流 $i = 10\sqrt{2} \sin(314t - 60^\circ)\text{ A}$, 试求 Z_3 支路中的电流及有功功率。

【解】 此电路为交流复杂电路, 应用叠加原理求解。

电压源单独作用时的电路图如图 3.12 (b) 所示。

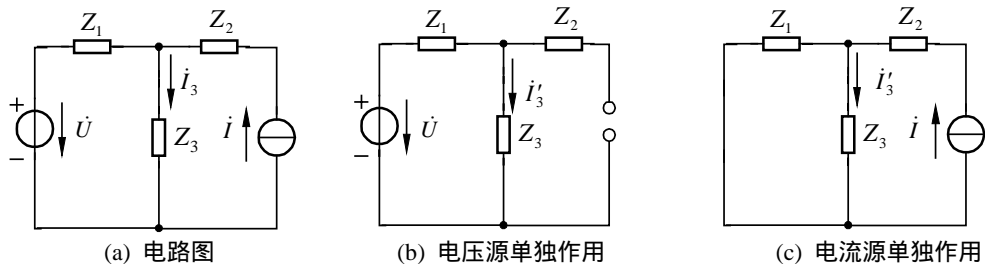


图 3.12 例题 3.15 的图

$$\dot{i}'_3 = \frac{\dot{U}}{Z_1 + Z_3} = \frac{220\angle 0^\circ}{3 + j4 + 5 + j5} = \frac{220\angle 0^\circ}{8 + j9}$$

$$\frac{220\angle 0^\circ}{12\angle 48.4^\circ} = 18.3\angle -48.4^\circ \text{ A}$$

电流源单独作用时的电路图如图 3.12 (c) 所示。

$$\begin{aligned} \dot{I}_3'' &= \frac{Z_1}{Z_1 + Z_3} \dot{I} = \frac{3 + j4}{3 + j4 + 5 + j5} 10\angle -60^\circ = \\ &= \frac{50\angle -6.9^\circ}{12\angle -48.4^\circ} = 4.16\angle 41.5^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{I}_3' + \dot{I}_3'' = 18.3\angle -48.4^\circ + 4.16\angle 41.5^\circ = 12.15 - j13.68 + 3.11 + j2.76 = \\ &= 15.26 - j10.92 = 18.76\angle -35.6^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

有功功率

$$P = I_3^2 \times 5 = 18.76^2 \times 5 = 1759.7 \text{ W}$$

【例题 3.16】 在图 3.13(a)所示的电路中,已知 $U = 200 \text{ V}$, $P = 1500 \text{ W}$, $f = 50 \text{ Hz}$, $R_1 = R_2 = R_3 = R$, $I_1 = I_2 = I_3 = I$, 试求 I 、 R 、 L 、 C 各为多少?

【解】 设并联支路的端电压 $\dot{U}_1 = U_1\angle 0^\circ \text{ V}$, 则 \dot{I}_2 滞后于 \dot{U}_1 , \dot{I}_3 超前于 \dot{U}_1 。又

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3 \quad I_1 = I_2 = I_3 = I$$

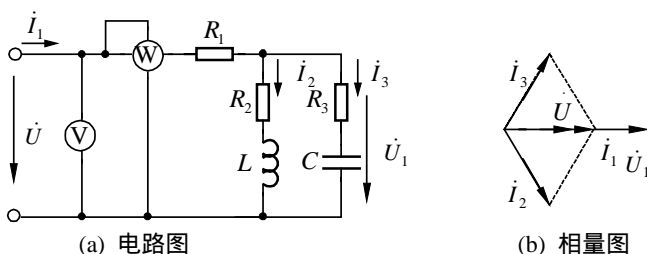


图 3.13 例题 3.16 的图

作出电流相量图如图 3.13(b)所示。从相量图上可知,三个电流相量组成一个等边三角形。由于电阻 $R_2 = R_3$, \dot{I}_2 与 \dot{I}_3 的有功分量应该相等。因此可推知

$$\dot{I}_2 = I\angle -60^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_3 = I\angle 60^\circ \text{ A}, \quad \dot{I}_1 = I\angle 0^\circ \text{ A}$$

\dot{I}_1 与 \dot{U}_1 同相。

又有

$$\dot{U} = R_1 \dot{I}_1 + \dot{U}_1$$

故有 \dot{U} 与 \dot{I}_1 同相, 整个电路达到谐振。所以

$$I_1 = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{1500}{200 \times 1} = 7.5 \text{ A}$$

$$I = I_1 = I_2 = I_3 = 7.5 \text{ A}$$

$$P = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} = 3I^2 R$$

即

$$R = \frac{P}{3I^2} = \frac{1500}{3 \times 7.5^2} = 8.9 \Omega$$

支路阻抗

$$R_2 + j\omega L = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} = |Z|\angle 60^\circ \Omega$$

所以

$$\omega L = R_2 \tan 60^\circ = \sqrt{3}R$$

$$L = \frac{\sqrt{3}R}{\omega} = 0.049\text{H}$$

又

$$R_3 - j\frac{1}{\omega C} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_3} = |Z| \angle -60^\circ \Omega$$

所以

$$\frac{1}{\omega C} = R_3 \tan 60^\circ = \sqrt{3}R$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}\omega R} = 206.8 \mu\text{F}$$

【例题 3.17】 在图 3.14 (a) 中, 已知 $\dot{U} = 200\angle 0^\circ \text{ V}$, $f = 50\text{Hz}$, $R_1 = 491\Omega$, 电压表一端固定接到 c 点, 另一端在电阻 R_2 上滑动, 当滑动到 b 点时, 电压表读数最小, 其值为 49.1V (电压表内阻可认为是无穷大), 并已知 $U_{ab} = 85\text{ V}$ 。(1) 定性地画出各电压、电流的相量图。

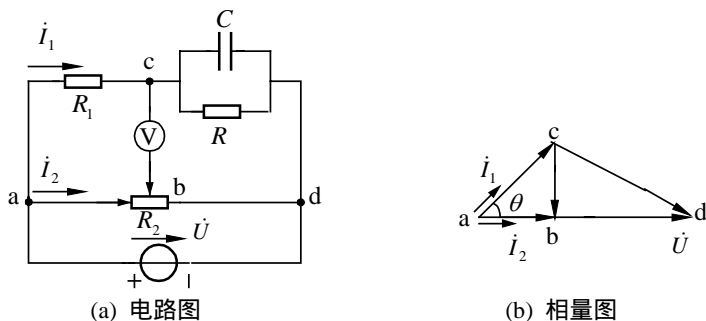


图 3.14 例题 3.17 的图

【解】 相量图如图 3.14 (b) 所示, 按照已知条件, 决定各电流电压之间的关系。

因为

$$\dot{U} = 200\angle 0^\circ \text{ V}$$

所以

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{R_2} = I_2 \angle 0^\circ \text{ A}$$

因为 R_1 、 C 、 R 组成一容性负载支路, 所以电流 \dot{I}_1 应超前于 \dot{U} , 设其相位角为 θ , 即

$$\dot{I}_1 = I_1 \angle \theta^\circ \text{ A}$$

又

$$\dot{U}_{ab} = U_{ab} \angle 0^\circ = 85 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ad} = \dot{U} = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{ac} = \dot{I}_1 R_1 = \dot{U}_{ac} \angle \theta^\circ \text{ V}$$

因为滑动点在 b 时, 电压表读数最小, 所以在相量图上 \dot{U}_{cb} 应与 \dot{U}_{ad} 相垂直。三个电压 \dot{U}_{ab} 、 \dot{U}_{ac} 、 \dot{U}_{bc} 构成直角三角形, 由此求出 θ 及 \dot{U}_{ac} 、 \dot{I}_1 和 \dot{U}_{bc}

$$\theta = \arctan \frac{U_{bc}}{U_{ab}} = \arctan \frac{49.1}{85} = \arctan 0.577 = 30^\circ$$

$$U_{ac} = \sqrt{U_{ab}^2 + U_{bc}^2} = \sqrt{85^2 + 49.1^2} = 98.2 \text{ V}$$

$$I_1 = \frac{U_{ac}}{R_1} = \frac{98.2}{491} = 0.2 \text{ A}$$

所以

$$\dot{I}_1 = 0.2 \angle 30^\circ \text{ A}$$

$$\dot{U}_{ac} = 98.2 \angle 30^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{bc} = 49.1 \angle 90^\circ \text{ V}$$

在相量图上连接 cd, 即得出相量 \dot{U}_{cd} 。计算为

$$\dot{U}_{cd} = \dot{U}_{ad} - \dot{U}_{ac} = 200 \angle 0^\circ - 98.2 \angle 30^\circ = 125 \angle -23.1^\circ \text{ V}$$

二、习题精选

【习题 3.1】一正弦电流的最大值 $I_m = 15 \text{ A}$, 频率 $f = 50 \text{ Hz}$, 初相位为 42° , 试求当 $t = 0.001 \text{ s}$ 时电流的相位及瞬时值。

【习题 3.2】若有一电压相量 $\dot{U} = a + jb$, 电流相量 $\dot{I} = c + jd$, 问在什么情况下这两个相量同相, 电压超前电流 90° 及反相?

【习题 3.3】已知正弦量 $\dot{U} = 220e^{j30^\circ} \text{ V}$ 和 $\dot{I} = -4 - j3 \text{ A}$, 试分别用三角函数式、正弦波形及相量图表示它们。如 $\dot{I} = 4 - j3 \text{ A}$, 则又如何?

【习题 3.4】设某电路中的电流 $i = I_m \sin(\omega t + \frac{2}{3}) \text{ A}$, 当 $t = 0$ 时, 电流的瞬时值 $i = 0.866 \text{ A}$, 试求有效值 I 。

【习题 3.5】在图 3.15 所示的各电路中, 除 A_0 和 V_0 外, 其余安培计和伏特计的读数在图上都已标出 (都是正弦量的有效值), 试求安培计 A_0 和伏特计 V_0 的读数。

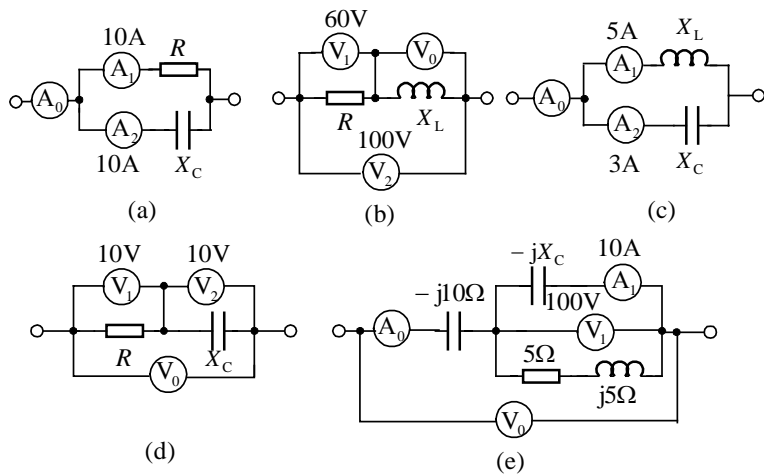


图 3.15 习题 3.5 的图

【习题 3.6】在图 3.16 中, 安培计 A_1 和 A_2 的读数分别为 $I_1 = 3 \text{ A}$, $I_2 = 4 \text{ A}$ 。

- (1) 设 $Z_1 = R$, $Z_2 = -jX_C$, 则安培计 A_0 的读数应为多少?
- (2) 设 $Z_1 = R$, 问 Z_2 为何种参数才能使安培计 A_0 的读数最大? 此读数应为多少?
- (3) 设 $Z_1 = jX_L$, 问 Z_2 为何种参数才能使安培计 A_0 的读数最小? 此读数应为多少?

【习题 3.7】日光灯电路的等效电路如图 3.17 所示。如已知某灯管的等效电阻 $R_1 = 280 \Omega$, 镇流器的电阻和电感分别为 $R_2 = 20 \Omega$ 和 $L = 1.65 \text{ H}$, 电源电压 $U = 220 \text{ V}$, 试求电路中的电流 I 和灯管两端与镇流器上的电压, 画出相量图。这两个电压加起来是

否等于是 220V? (电源频率为 50Hz)

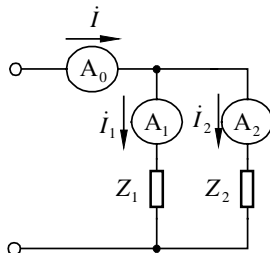


图 3.16 习题 3.6 的图

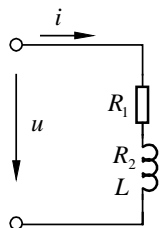


图 3.17 习题 3.7 的图

【习题 3.8】在图 3.18 中, $I_1 = 10\text{A}$, $I_2 = 10\sqrt{2}\text{A}$, $U = 200\text{V}$, $R = 5\Omega$, $R_2 = X_L$, 试求 I 、 X_C 、 X_L 及 R_2 。

【习题 3.9】在图 3.19 中, $I_1 = I_2 = 10\text{A}$, $U = 100\text{V}$, u 与 i 同相, 试求 I 、 R 、 X_C 及 X_L 。

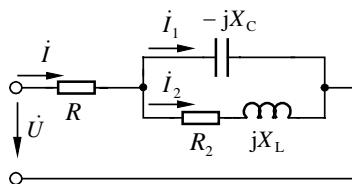


图 3.18 习题 3.8 的图

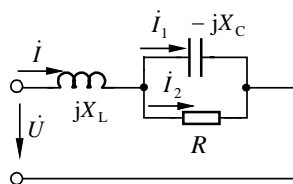


图 3.19 习题 3.9 的图

【习题 3.10】图 3.20 是一移相电路。 $C = 0.01\mu\text{F}$, 输入电压 $u_1 = \sqrt{2} \sin 6280t\text{V}$, 今欲使输出电压 u_2 在相位上前移 60° , 问应配多大的电阻 R ? 此时输出电压的有效值 u_2 等于多少?

【习题 3.11】图 3.21 所示的是桥式移相电路。当改变电阻 R 时, 可改变控制电压 u_g 与电源电压 u 之间的相位差 θ , 但电压 u_g 的有效值是不变的, 试证明之。图中的 Tr 是一变压器。

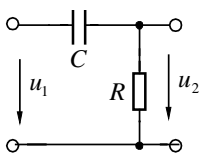


图 3.20 习题 3.10 的图

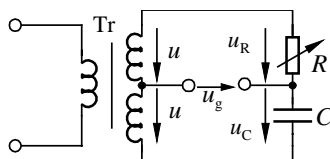


图 3.21 习题 3.11 的图

【习题 3.12】在图 3.22 中, $U = 220\text{V}$, $R_1 = 10\Omega$, $X_L = 10\sqrt{3}\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, 试求各个电流和平均功率。

【习题 3.13】在图 3.23 中, 已知 $u = 220\sqrt{2} \sin 314t\text{V}$, $i_1 = 22 \sin(314t - 45^\circ)\text{A}$, 试求各仪表读数及电路参数 R 、 L 和 C 。

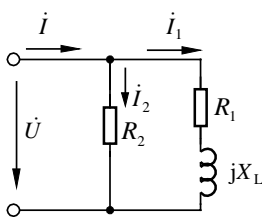


图 3.22 习题 3.12 的图

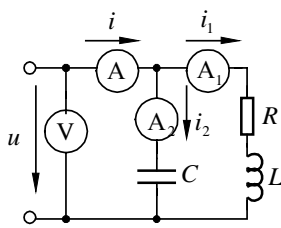


图 3.23 习题 3.13 的图

【习题 3.14】在图 3.24 中, 已知 $U = 220\text{V}$, $R = 22\Omega$, $X_L = 22\Omega$, $X_C = 11\Omega$, 试求电流 I_R 、 I_L 、 I_C 及 I 。

【习题 3.15】图 3.25 所示的是在电子仪器中常用的补偿分压电路。试证明当满足 $R_1 C_1 = R_2 C_2$ 时, $\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$, 即 \dot{U}_2 与 \dot{U}_1 同相, 而与频率无关。

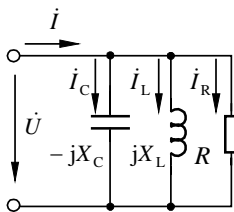


图 3.24 习题 3.14 的图

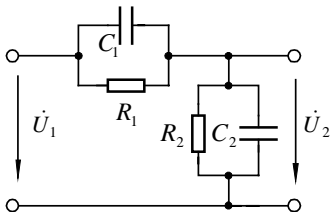


图 3.25 习题 3.15 的图

【习题 3.16】在图 3.26 中, 各仪表的读数为多少?

【习题 3.17】在图 3.27 中, $X_L = X_C = R$, 并已知安培计 A_1 的读数为 3A, 试问 A_2 和 A_3 的读数为多少?

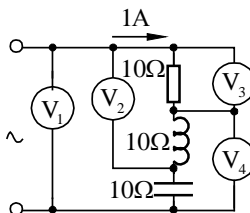


图 3.26 习题 3.16 的图

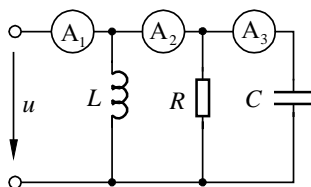


图 3.27 习题 3.17 的图

【习题 3.18】把一个线圈接到 50Hz、100V 的交流电源上时, 测得线圈中电流为 20A; 若把该线圈接到同样电压、频率为 60Hz 的交流电源上时, 测得线圈中电流为 18A。试求线圈的电阻及电感。

【习题 3.19】已知日光灯的额定电压 $U_N = 220\text{V}$, 额定功率 $P_N = 60\text{W}$ 。测得电源电压 $U = 220\text{V}$, $f = 50\text{Hz}$, 镇流器两端电压 $U_1 = 180\text{V}$, 灯管电压 $U_2 = 100\text{V}$ 。试求: (1) 日光灯的电流; (2) 镇流器的电阻和电感; (3) 日光灯的功率因数; (4) 日光灯消耗的总功率。

【习题 3.20】试求图 3.28 所示电路中的各支路电流和总阻抗, 并画出相量图。

【习题 3.21】在图 3.29 的电路中, 已知 $Z_1 = 6 + j8\Omega$, $Z_2 = -j5\Omega$, $Z_3 = 4 + j5\Omega$, $U_3 = 220\text{V}$, 试求各支路电流及电源电压 u , 并画出相量图。

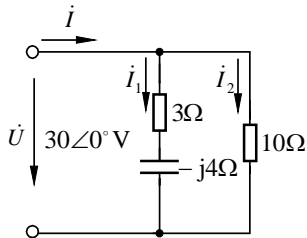


图 3.28 习题 3.20 的图

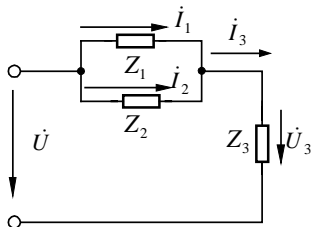


图 3.29 习题 3.21 的图

【习题 3.22】在图 3.30 所示的正弦电路中, 已知电流表的读数分别是 $I_1 = 18\text{A}$, $I_2 = 15\text{A}$, $I = 30\text{A}$, 试求电阻 R 和感抗 X_L 。

【习题 3.23】用三表法(电压表、电流表和功率表)测量线圈的参数 R 和 L , 电路

如图 3.31 所示。各表测得的数据为 $U = 50\text{ V}$, $I = 1\text{ A}$, $P = 30\text{ W}$ 。已知电源频率为 50 Hz , 试求线圈的电阻 R 和电感 L 。

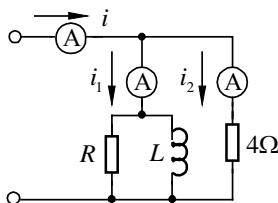


图 3.30 习题 3.22 的图

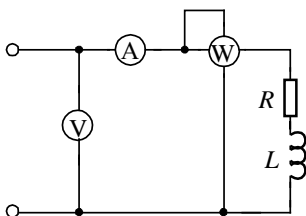


图 3.31 习题 3.23 的图

【习题 3.24】在图 3.32 所示电路中, 电流表的读数为 4 A , 又知电流 i_2 滞后 $u 30^\circ$, 如果 $u = 220\sqrt{2} \sin \omega t\text{ V}$, $Z_2 = (1.5 + j2)\Omega$, $Z_3 = 2\Omega$, 试求 Z_1 及电路的 P 。

【习题 3.25】在图 3.33 中, 已知 $i_s = 6\angle 30^\circ$, 试求 i 及电流源发出的有功功率 P_{S_0} 。

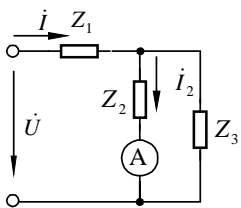


图 3.32 习题 3.24 的图

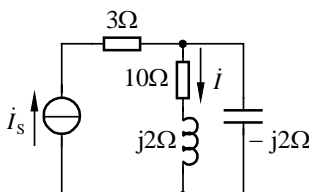


图 3.33 习题 3.25 的图

【习题 3.26】在图 3.34 中, 已知 $I_1 = 10\text{ A}$, $I_2 = 10\sqrt{2}\text{ A}$, $U = 100\sqrt{2}\text{ V}$, $R = X_L$, $X_{C_2} = 10\Omega$ 。试求: (1) I 、 X_{C_1} 、 X_L 、 R 及电路消耗的有功功率 P ; (2) 电路的功率因数。

【习题 3.27】在图 3.35 中, 已知 $i_s = \sqrt{2} \sin 314t\text{ A}$, $L = 0.25\text{ H}$ 。试问 R 为何值时, i_L 与 i_s 相差 45° ?

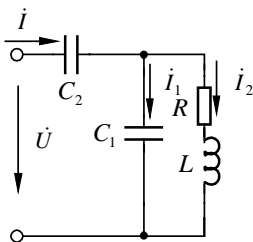


图 3.34 习题 3.26 的图

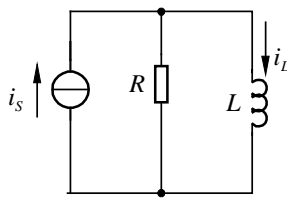


图 3.35 习题 3.27 的图

【习题 3.28】在图 3.36 中, 已知电流表 A_1 、 A_2 、 A_3 的读数分别为 17 A 、 9 A 、 10 A , 电压表 V 的读数为 200 V , 电源频率为 50 Hz 。试求: (1) R_2 ; (2) 复阻抗 Z_3 ; (3) 全电路的功率因数; (4) 电源发出的有功功率。(设 Z_3 为感性阻抗)

【习题 3.29】在图 3.37 中, 已知 $u_1 = \sqrt{2}U \sin \omega t\text{ V}$ 。试问 ω 多大时, u_2 与 u_1 同相位? 此时 $\frac{U_2}{U_1} = ?$

【习题 3.30】在图 3.38 中, 已知 $R = \frac{1}{\omega C}$, $u = \sqrt{2}U \sin(\omega t + 30^\circ)\text{ V}$, 两个串联电阻 R 的中点接地。求 \dot{V}_a 、 \dot{V}_b 及 \dot{U}_{ab} 。

【习题 3.31】在图 3.39 中, 已知电源电压 $u = 10\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ) \text{ V}$, $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = R_3 = 1\Omega$, $X_{L1} = X_{L2} = X_{C3} = 1\Omega$, 试求该电路的等效复阻抗、电流 i 及全电路的有功功率。

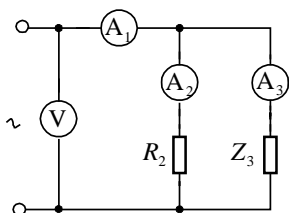


图 3.36 习题 3.28 的图

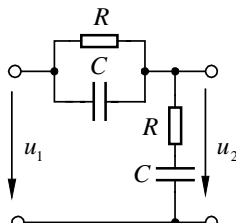


图 3.37 习题 3.29 的图

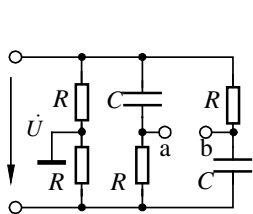


图 3.38 习题 3.30 的图

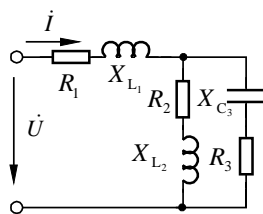


图 3.39 习题 3.31 的图

【习题 3.32】在图 3.40 中, 已知 $\dot{I} = 18\angle 45^\circ \text{ A}$, 试求电压 \dot{U}_{ab} 。

【习题 3.33】在图 3.41 中, 已知 $\dot{E} = 10\angle 0^\circ \text{ V}$, $X_{C1} = X_{C2} = R = R_L = 100\Omega$ 。试求负载 R_L 中的电流 \dot{I}_L 。

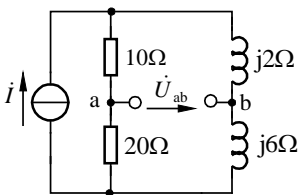


图 3.40 习题 3.32 的图

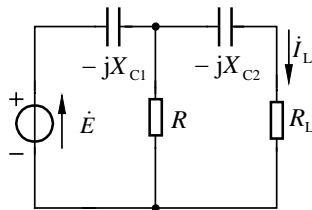


图 3.41 习题 3.33 的图

【习题 3.34】在图 3.42 中, 已知 $\dot{U}_C = 1\angle 0^\circ \text{ V}$, 试求 \dot{U}_S 。

【习题 3.35】在图 3.43 中, 已知电压源的电压 $u = 10\sqrt{2} \sin(314t + 30^\circ) \text{ V}$, 电流源的电流 $i_s = 5\sqrt{2} \sin(314t + 60^\circ) \text{ A}$ 。试求 2Ω 电阻中的电流 i 及电源发出的有功功率。

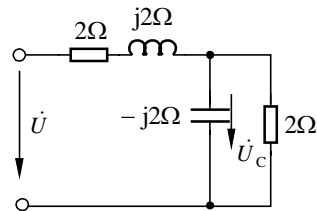


图 3.42 习题 3.34 的图

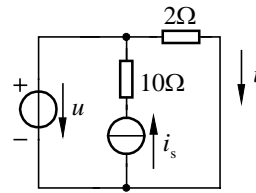


图 3.43 习题 3.35 的图

【习题 3.36】在图 3.44 中, 已知电源电压 $U = 220 \text{ V}$, $f = 50 \text{ Hz}$, 若开关 S 打开或合上时电流表读数不变, 都是 1 A , 试求电感 L 。

【习题 3.37】如图 3.45 所示电路是一桥式移相电路，试证明当电源角频率 ω 、电阻 R 及电容 C 三者满足 $\omega CR = 1$ 的条件时，输出电压 \dot{U}_2 与输入电压 \dot{U}_1 大小相等、相位差 90° 。

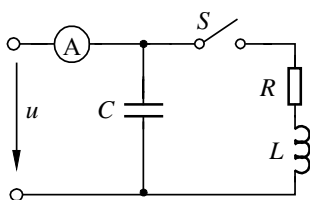


图 3.44 习题 3.36 的图

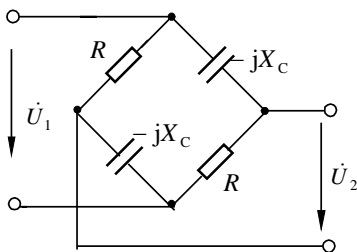


图 3.45 习题 3.37 的图

【习题 3.38】在图 3.46 中，若 $R^2 = \frac{L}{C}$ ，试证明 $Z = R_0$ 。

【习题 3.39】在图 3.47 中，设 $U = 100\text{V}$, $f = 100\text{Hz}$, $L = 63.7\text{mH}$, $C = 31.8\mu\text{F}$, $R = 10\Omega$ 。试求：(1) 电流的有效值、电路的有功功率、无功功率、功率因数；
(2) 当 C 多大时， P 最大？此时的 Q_L 、 Q_C 、 Q 为多少？

【习题 3.40】有一 R 、 L 、 C 串联电路，它在电源频率 f 为 500Hz 时发生谐振。谐振时电流为 0.2A ，容抗 X_C 为 314Ω ，并测得电容电压 U_C 为电源电压 U 的 20 倍。试求该电路的电阻 R 和电感 L 。

【习题 3.41】有一个 300pF 的电容 C 和一个线圈串联，线圈的电感 $L = 0.3\text{mH}$ ，电阻 $R = 10\Omega$ ，若在电路的输入端加入一个电压为 $U = 1\text{mV}$ 的信号，试求：(1) 谐振频率 f_0 、谐振电流 I_0 、品质因数 Q 和谐振时电容上的电压 U_C ；(2) 若频率偏离谐振频率 $+10\%$ ，则电容上的电压 U_C 为多少？

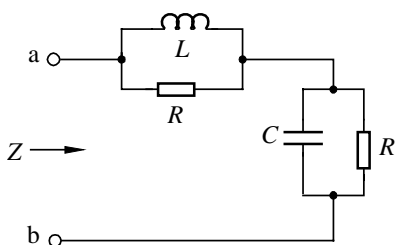


图 3.46 习题 3.38 的图

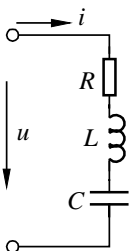


图 3.47 习题 3.39 的图

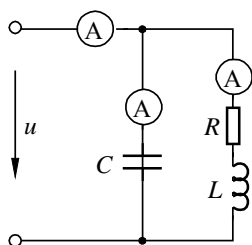


图 3.48 习题 3.43 的图

【习题 3.42】一个电感为 0.25H 、电阻为 13.7Ω 的线圈与 $85\mu\text{F}$ 的电容器并联，试求该并联电路的谐振频率及谐振时的阻抗。

【习题 3.43】在图 3.48 中，当电路发生谐振时， L 、 R 支路电流表的读数为 15A ，总电流表读数为 12A ，试求 C 支路电流表的读数为多少？

【习题 3.44】今有 40W 的日光灯一个，使用时灯管和镇流器(可近似地把镇流器看作纯电感)串联在电压为 220V ，频率为 50Hz 的电源上。已知灯管工作时属于纯电阻负载，灯管两端的电压等于 110V ，试求镇流器的感抗与电感。这时电路的功率因数等于多少？若将功率因数提高到 0.8 ，问应并联多大电容。

【习题 3.45】有一电动机，其输入功率为 1.21kW ，接到 220V 的交流电源上，通入电动机的电流为 11A ，试计算电动机的功率因数。如果要把电动机的功率因数提高到 0.91 ，应该和电动机并联多大的电容器？并联电容器后，电动机的功率因数、电动机中的电流、线路电流及电路的有功功率和无功功率有无改变？

【习题 3.46】有一台额定容量为 10kW 的小型发电机，额定电压为 220V，频率为 50Hz，若接一电感性负载，它的有功功率为 8kW，功率因数为 0.6，试求：

- (1) 发电机发出的电流；
- (2) 欲将发电机的功率因数提高到 0.95，需并联多大的电容器？
- (3) 功率因数提高后发电机的电流为多大？

【习题 3.47】在图 3.49 中，原电路是一感性负载，为了提高功率因数，并联一电容 C 。试求并联电容 C 后，总电流降低的百分比；如将此电容改为串联，能否改善功率因数，为什么？实际工作中，为什么不用串联电容来改善功率因数？

【习题 3.48】某电动机的等效电路如图 3.50 所示，已知 $Z_1 = Z_2 = 0.25 + j0.5 \Omega$ ， $Z_m = 0.8 + j20 \Omega$ ，试问负载阻抗 Z 为何值时可获得最大功率？

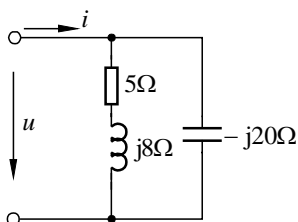


图 3.49 习题 3.47 的图

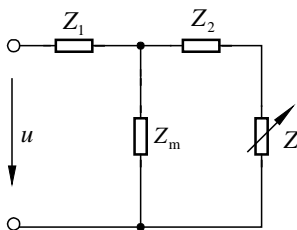


图 3.50 习题 3.48 的图

【习题 3.49】在图 3.51 中，已知 $i = 10\sqrt{2} \sin \omega t \text{ mA}$ 。试求：

- (1) 若从电源获得最大功率时，A 由什么元件组成，且参数是多少？
- (2) 若负载 A 是 $L = 1\text{H}$ ， $C = 4\mu\text{F}$ 的串联电路， $u = ?$

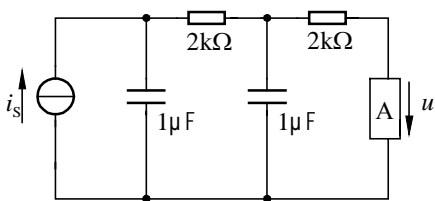


图 3.51 习题 3.49 的图

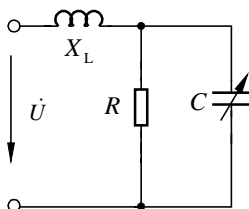


图 3.52 习题 3.50 的图

【习题 3.50】在图 3.52 中，正弦交流电源电压的有效值为 U ，频率为 50Hz，当改变电容器 C 时。试求：

- (1) 当电路的功率因数 $\cos \varphi = 1$ 时，电阻 R 应满足什么条件？
- (2) 当电路的功率因数 $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时，电容 C 的值为多大？

【习题 3.51】在图 3.53 中， $R_1 = 2\text{k}\Omega$ ， $R_2 = 500 \Omega$ ， $C = 1000\text{pF}$ ，若使 $U_{ab} = U_{ed}$ (U_{ab} ， U_{ed} 为有效值)。试求：

- (1) $L = ?$
- (2) 电压的频率为 50Hz，求 U_{ab} 与 U_{ed} 的相位差。

【习题 3.52】在图 3.54 中，已知 $R = 1\text{k}\Omega$ ， $\frac{I_2}{I_1} = \sqrt{3}$ ，试求当以 \dot{U}_1 为参考相量， \dot{U}_2 超前 $\dot{U}_1 45^\circ$ 时的感抗 X_L 。

【习题 3.53】在图 3.55 中，测得电源电压为 200V，电流为 0.1A，功率为 12W，

电路呈感性, 已知 $X_L = 2500 \Omega$, $X_C = 1500 \Omega$ 。试求未知阻抗的串联等效电路参数 R 和 X , 并说明是容性还是感性。

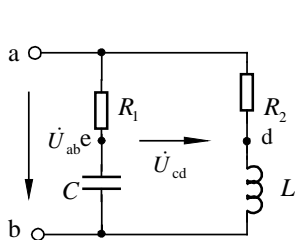


图 3.53 习题 3.51 的图

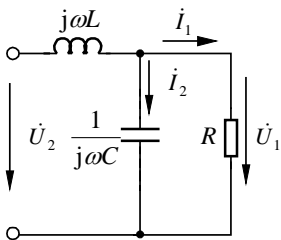


图 3.54 习题 3.52 的图

【习题 3.54】图 3.56 中, 已知电源电压 $U = 220\text{V}$, 频率为 50Hz , $L = 1\text{H}$, $C = 1\mu\text{F}$, 两个灯泡的额定电压都是 110V , 功率都是 15W 。试说明两个灯泡的工作状态。

【习题 3.55】在图 3.57 中, 复阻抗 Z_1 、 Z_2 应如何选择可使电流 i 与复阻抗 Z 无关?

【习题 3.56】在图 3.58 中, 已知 $u = 10\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ) \text{V}$, $X_C = 2.5 \Omega$, 电容上的电压 $u_C = 5\sqrt{2} \sin(314t - 120^\circ) \text{V}$, 试求无源网络的阻抗及消耗的功率。

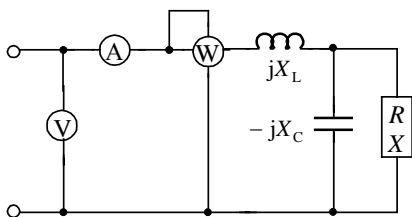


图 3.55 习题 3.53 的图

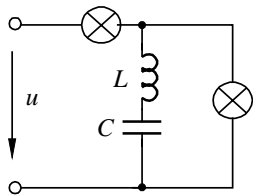


图 3.56 习题 3.54 的图

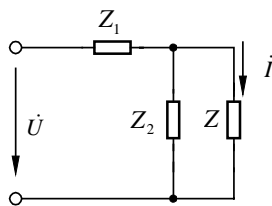


图 3.57 习题 3.55 的图

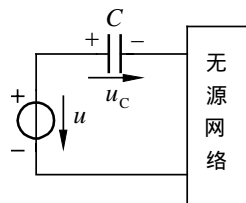


图 3.58 习题 3.56 的图

三、习题答案

【习题 3.1】 60° , 13A 。

【习题 3.2】同相: $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$; 电压超前电流 90° : $\frac{b}{a} = -\frac{c}{d}$; 反相: $\frac{b}{a} = -\frac{d}{c}$ 。

【习题 3.3】 $u = 220\sqrt{2} \sin(\omega t + 30^\circ) \text{V}$, $i = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 143^\circ) \text{A}$

【习题 3.4】 $I = \frac{1}{\sqrt{2}}$

【习题 3.5】(a) 14.1A; (b) 80V; (c) 2A; (d) 14.1A; (e) 10A, 141V。

【习题 3.6】(1) 5A; (2) 7A; (3) 1A。

【习题 3.7】 $I=0.367\text{A}$, 灯管上的电压为 103V, 镇流器上的电压为 190V。

【习题 3.8】 $I=10\text{A}$, $X_C=15\Omega$, $R_2=X_L=7\cdot5\Omega$ 。

【习题 3.9】 $I=10\sqrt{2}\text{A}$, $R=10\sqrt{2}\Omega$, $X_C=10\sqrt{2}\Omega$, $X_L=5\sqrt{2}\Omega$ 。

【习题 3.10】 $R=9\text{k}\Omega$, $U_2=0.5\text{V}$ 。

【习题 3.12】 $I_1=I_2=11\text{A}$, $I=11\sqrt{3}\text{A}$, $P=3\,630\text{W}$ 。

【习题 3.13】 $i=11\sqrt{2}\sin(314t+90^\circ)\text{A}$, $R=10\Omega$, $L=0.0318\text{H}$, $C=159\mu\text{F}$ 。

【习题 3.14】 $I_R=10\text{A}$, $I_L=10\text{A}$, $I_C=20\text{A}$, $I=10\sqrt{2}\text{A}$ 。

【习题 3.16】各电压表的读数为: $V_1=10\text{V}$, $V_2=10\sqrt{2}\text{V}$, $V_3=10\text{V}$, $V_4=0\text{V}$ 。

【习题 3.17】各电流表的读数为: $I_2=3\sqrt{2}\text{A}$, $I_3=3\text{A}$ 。

【习题 3.18】 $R=3.4\Omega$, $L=11.7\text{mH}$ 。

【习题 3.19】(1) $I=0.6\text{A}$, (2) $R_L=50\Omega$, $L=0.94\text{H}$, (3) $\cos\varphi=0.86$,
(4) $P=78\text{W}$ 。

【习题 3.20】 $\dot{I}_1=6\angle 53.1^\circ\text{A}$, $\dot{I}_2=3\angle 0^\circ\text{A}$, $\dot{I}=8.2\angle 36^\circ\text{A}$, $Z=3.7\angle -36^\circ\Omega$ 。

【习题 3.21】 $\dot{I}_1=25.7\angle -167.9^\circ\text{A}$, $\dot{I}_2=51.3\angle -26.6^\circ\text{A}$, $\dot{I}_3=34.4\angle -51.3^\circ\text{A}$ 。
 $u=252\sqrt{2}\sin(\omega t-65.3^\circ)\text{V}$ 。

【习题 3.22】 $R=5.31\Omega$, $X_L=4.39\Omega$ 。

【习题 3.23】 $R=30\Omega$, $L=127\text{mH}$ 。

【习题 3.24】 $Z_1=10.3\angle -28.6^\circ\Omega$, $P=1498.6\text{W}$ 。

【习题 3.25】 $\dot{I}=1.2\angle -60^\circ\text{A}$, $P=122.4\text{W}$ 。

【习题 3.26】(1) $I=10\text{A}$, $X_{C_1}=10\Omega$, $R=X_L=5\Omega$, $p=1000\text{W}$; (2) $\cos\varphi=0.7$ 。

【习题 3.27】 $R=X_L=78.5\Omega$ 。

【习题 3.28】(1) $R_2=22.2\Omega$, (2) $Z_3=11.8\angle 28^\circ\Omega$, (3) $\cos\varphi=0.88$,
(4) $P=2\,838.2\text{W}$ 。

【习题 3.29】 $\omega=\frac{1}{RC}$, $\frac{U_2}{U_1}=\frac{2}{3}$ 。

【习题 3.30】 $\dot{V}_a=\frac{1}{2}U\angle 120^\circ\text{V}$, $\dot{V}_b=\frac{1}{2}U\angle 60^\circ\text{V}$, $\dot{U}_{ab}=U\angle 120^\circ\text{V}$ 。

【习题 3.31】 $Z=\sqrt{5}\angle 26.3^\circ\Omega$, $\dot{I}=4.47\angle 33.5^\circ\text{A}$, $P=40\text{W}$ 。

【习题 3.32】 $\dot{U}_{ab}=48.7\angle -11.9^\circ\text{V}$

【习题 3.33】 $\dot{I}_L=j33\text{mA}$

【习题 3.34】 $\dot{U}=\sqrt{5}\angle 63.4^\circ\text{V}$

【习题 3.35】 $i=5\sqrt{2}\sin(\omega t+30^\circ)\text{A}$, $P=300\text{W}$ 。

【习题 3.36】 $L=0.35\text{H}$

【习题 3.39】(1) $I=5\sqrt{2}\text{A}$, $P=500\text{W}$, $Q=-500\text{var}$, $\cos\varphi=0.707$,
(2) $C=39.8\mu\text{F}$, $Q_L=4\,000\text{var}$, $Q=0$ 。

【习题 3.40】 $R = 159 \Omega, L = 0.1 \text{H}$ 。

【习题 3.41】(1) $f_0 = 531 \times 10^3 \text{Hz}, I_0 = 0.1 \text{mA}, Q = 100, U_C = 100 \text{mV}$,
(2) $U_C = 4.7 \text{mV}$ 。

【习题 3.42】 $f_0 = 1100 \text{kHz}, |Z| = 214 \text{k}\Omega$ 。

【习题 3.43】C 支路电流表的读数为 9A

【习题 3.44】 $X_L = 524 \Omega, L = 1.7 \text{H}, \cos \varphi = 0.5, C = 2.58 \mu\text{F}$ 。

【习题 3.45】 $\cos \varphi = 0.5, C = 102 \mu\text{F}$ 。

【习题 3.46】(1) $I = 61 \text{A}$, (2) $C = 527 \mu\text{F}$, (3) $I = 38.3 \text{A}$ 。

【习题 3.47】总电流降低的百分比为 38%

【习题 3.48】 $Z = (0.5 - j1) \Omega$

【习题 3.49】(1) A 由电阻 R_A 和电感 L_A 阻成, 串联: $R_A = 2400 \Omega, L_A = 2.4 \text{H}$,
并联: $R_A = 3000 \Omega, L_A = 12 \text{H}$ 。
(2) $u = 0$ 。

【习题 3.50】(1) $R \geq 2X$, (2) $C = \frac{2(R-X)}{\omega \left[-R^2 \pm R\sqrt{R^2 + 4X(R-X)} \right]}$ 。

【习题 3.51】 $L = 1 \text{mH}$, \dot{U}_{ed} 滞后 $\dot{U}_{ab} 90^\circ$ 。

【习题 3.52】 $X_L = 366 \Omega$

【习题 3.53】 $R = 1500 \Omega, X = 750 \Omega$ (感性)

【习题 3.54】与电路串联的灯泡烧坏, 与电路并联的灯泡不亮。

【习题 3.55】 $Z_1 = -Z_2$

【习题 3.56】 $Z = j3.88 \Omega, Q = 24.3 \text{var}$ 。