一、 例题精解

【**例题 6.1**】 图 6.1(a)所示电路中，已知 $R_0= R_1= R_2= R_3=2\Omega$，$C=1F$，$L=1H$，$E=12V$。电路原来处于稳定状态，$t=0$ 时闭合开关 S。试求初始值 $i_L(0_+)$、$i_C(0_+)$、$u_L(0_+)$、$u_C(0_+)$。

【**解**】 由图 6.1(b) $t=0_-$ 时的电路求 $i_L(0_-)$和 $u_C(0_-)$。因为

$$i_C(0_-)=0 \qquad u_L(0_-)=0$$

所以

$$u_C(0_-)=\frac{R_3}{R_0+R_1+R_3}E=\frac{2}{2+2+2}\times 12=4V$$

$$i_L(0_-)=\frac{E}{R_0+R_1+R_3}=\frac{12}{2+2+2}=2A$$

由换路定则

$$i_L(0_+)=i_L(0_-)=2A$$
$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4V$$

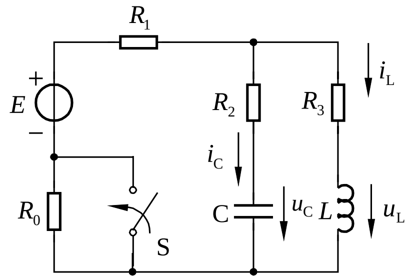
由图 6.1(c) $t=0_+$时的电路可得

$$\begin{cases} E=i(0_+)R_1+i_C(0_+)R_2+u_C(0_+) \\ E=i(0_+)R_1+i_L(0_+)R_3+u_L(0_+) \\ i(0_+)=i_C(0_+)+i_L(0_+) \end{cases}$$

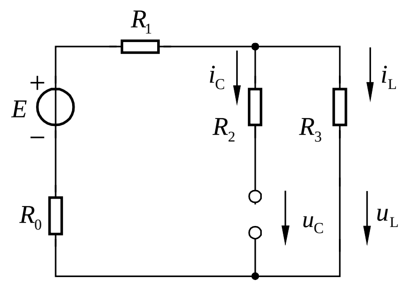
$$\begin{cases} 12=2i(0_+)+2i_C(0_+)+4 \\ 12=2i(0_+)+2\times 2+u_L(0_+) \\ i(0_+)=i_C(0_+)+2 \end{cases}$$

解得

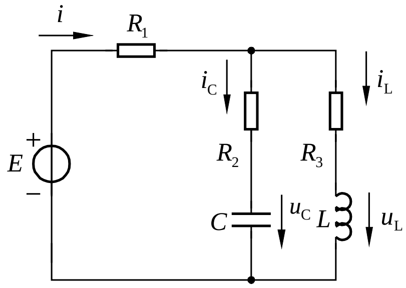
$$\begin{cases} u_L(0_+)=2V \\ i_C(0_+)=1A \\ i(0_+)=3A \end{cases}$$



(a) 例题电路



(b) $t=0_-$时



(c) $t=0_+$时

图 6.1 例题 6.1 的图

故所求初始值为

$$i_L(0_+) = 2\text{A} \qquad i_C(0_+) = 1\text{A}$$
$$u_L(0_+) = 2\text{V} \qquad u_C(0_+) = 4\text{V}$$

【例题 6.2】电路如图 6.2(a)所示，已知 $R_0= R_1= R_2= R_3= R_4=2\Omega$，$C$ =300μF，I_S =2A ，E =12V，且 $t = 0_-$时，u_C= 0。试求开关 S 闭合后 u_C 的变化规律

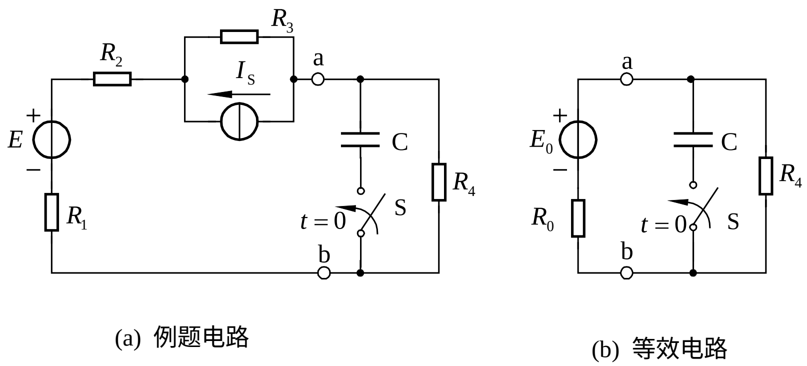


图 6.2 例题 6.2 的图

【解】 先把电容左部电路化简成电压源，如图 6.2(b) 所示。

等效电压源的电动势

$$E_0 = E - I_S R_3 = 12 - 2\times 2 = 8\text{V}$$

电压源的等效电阻

$$R_0 = R_1 + R_2 + R_3 = 2+2+2 = 6\Omega$$

初始值

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

稳态值

$$u_C(\infty) = \frac{R_4}{R_0+R_4}E_0 = \frac{2}{6+2}\times 8 = 2\text{V}$$

时间常数

$$\tau = \frac{R_0R_4}{R_0+R_4}C = \frac{6\times 2}{6+2}\times 300\times 10^{-6} = 0.45\times 10^{-3}\text{s}$$

由三要素法得

$$u_C(t) = 2(1-\mathrm{e}^{-10^5 t/45}) = 2(1-\mathrm{e}^{-2\,222t})\text{V}$$

【例题 6.3】 一个电感线圈被短接以后，需经 0.1s 后电感线圈内的电流才减少到初始值的 35%；如果用 5Ω的电阻 R 来代替短路线，那么需经 0.05s 后电感线圈内的电流才减少到初始值的 35%。试求电感线圈的电阻 r 和电感 L。

【解】 储能的电感线圈被短接时，电流的表达式为

$$i_L(t) = I_0 e^{-t/\tau}$$

其中 I_0 为电感线圈的初始电流。当电感线圈被短接时，时间常数 $\tau_1 = L/r$，在 $t = 0.1s$ 时可得方程

$$0.35 I_0 = I_0 e^{-0.1r/L}$$

而用 5Ω的电阻 R 来代替短路线时，时间常数 $\tau_2 = L/(r+R)$，在 t=0.05s 时可得方程

$$0.35 I_0 = I_0 e^{-0.05(r+5)/L}$$

将以上两个指数方程化为代数方程，可得

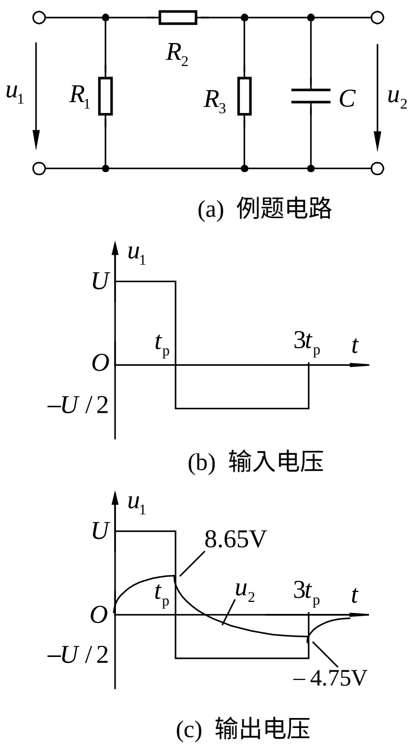
$$\begin{cases} 0.1r - 1.05L = 0 \\ 0.05r - 1.05L = -0.25 \end{cases}$$

解方程组得

$$r = \frac{0.25}{0.05} = 5\Omega$$

$$L = \frac{0.5}{1.05} = 0.476\text{H}$$

【例题 6.4】在图 6.3(a)的电路中，已知 R_1=400kΩ, $R_2 = R_3$=200kΩ, C=100pF，输入电压 u_1 如图 6.3(b)所示，其中 U=20V，t_p=20μs。试求输出电压 u_2，并画出其变化曲线。



(a) 例题电路

(b) 输入电压

(c) 输出电压

图 6.3　例题 6.4 的图

【解】 根据本题输入电压的特点，我们可以分段使用一阶电路的三要素法。从电路可以看出，无论对于输入电压波形的哪一段时间而言，电路的时间常数都是一样的，而且同电阻 R_1 无关(因为电阻 R_1 同电源并联在一起)，所以有

$$\tau = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \times C = \frac{200 \times 200}{200 + 200} \times 10^3 \times 100 \times 10^{-12} = 10\mu s$$

(1) 当 $0 < t < t_p$ 时，输出电压

$$u_2(\infty) = \frac{u_1}{R_2 + R_3} \times R_3 = \frac{20}{200 + 200} \times 200 = 10\text{V}$$

$$u_2(0_+) = u_2(0_-) = 0$$

所以

$$u_2(t) = 10 - 10e^{-10^5 t}\text{V} \qquad (0 < t < t_p)$$

(2) 当 $t_p < t < 3t_p$ 时，输出电压

$$u_2(\infty) = \frac{u_1}{R_2 + R_3} \times R_3 = \frac{-10}{200 + 200} \times 200 = -5\text{V}$$

由三要素法可得

$$u_2(t) = -5 + 13.65\mathrm{e}^{-10^5(t-t_\mathrm{p})}\mathrm{V} \qquad (t_\mathrm{p} < t < 3t_\mathrm{p})$$

$$u_2(t_{\mathrm{p}+}) = u_2(t_{\mathrm{p}-}) = 10 - 10\mathrm{e}^{-10^5 t_\mathrm{p}} = 10 - 10\mathrm{e}^{-2} = 8.65\mathrm{V}$$

(3) 当 $t > 3t_\mathrm{p}$ 时，输出电压

$$u_2(\infty) = \frac{u_1}{R_2 + R_3} \times R_3 = \frac{0}{200 + 200} \times 200 = 0$$

$$u_2(3t_{\mathrm{p}+}) = u_2(3t_{\mathrm{p}-}) = -5 + 13.65\mathrm{e}^{-10^5(3t_\mathrm{p} - t_\mathrm{p})} = -4.75\mathrm{V}$$

由三要素法可得

$$u_2(t) = -4.75\mathrm{e}^{-10^5(t-3t_\mathrm{p})}\mathrm{V} \qquad (t > 3t_\mathrm{p})$$

输出电压如图 6.3(c)所示。

【例题 6.5】 电路如图 6.4 所示，试用三要素法求 $t \geq 0$ 时 i_1、i_2 的和 i_L。

【解】(1) 根据换路定则

$$i_\mathrm{L}(0_+) = i_\mathrm{L}(0_-) = \frac{12}{6} = 2\mathrm{A}$$

对于开关闭合的一瞬间，即 $t = 0_+$时的电路应用克希荷夫电流定律和克希荷夫电压定律可分别列出方程

$$\begin{cases} i_1(0_+) + i_2(0_+) = i_\mathrm{L}(0_+) = 2\mathrm{A} \\ 6i_1(0_+) - 3i_2(0_+) = 12 - 9 = 3\mathrm{V} \end{cases}$$

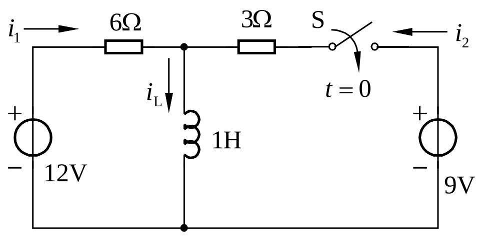


图 6.4 例题 6.5 的图

解方程后得

$$i_1(0_+) = i_2(0_+) = 1\mathrm{A}$$

(2) 稳态时电感元件可视作短路,故

$$i_1(\infty) = \frac{12}{6} = 2\mathrm{A}$$

$$i_2(\infty) = \frac{9}{3} = 3\mathrm{A}$$

$$i_\mathrm{L}(\infty) = i_1(\infty) + i_2(\infty) = 2 + 3 = 5\mathrm{A}$$

(3) 时间常数

$$\tau = \frac{L}{R_0} = \frac{1}{\dfrac{6\times 3}{6+3}} = 0.5\mathrm{s}$$

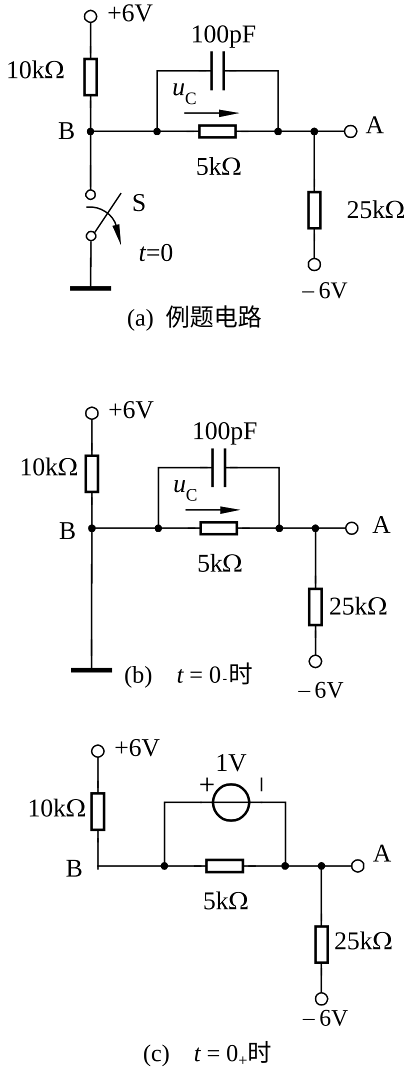
应用三要素法可以得出

$$i_1(t) = 2 + (1-2)e^{-t/0.5} = 2 - e^{-2t}\text{A}$$

$$i_2(t) = 3 + (1-3)e^{-t/0.5} = 3 - 2e^{-2t}\text{A}$$

$$i_L(t) = 5 + (2-5)e^{-t/0.5} = 5 - 3e^{-2t}\text{A}$$

【例题 6.6】 电路如图 6.5(a)所示，换路前已处于稳态，试求 $t \geq 0$ 时电容电压 u_C、B 点电位 v_B 和 A 点电位 v_A 的变化规律。



(a) 例题电路

(b) $t = 0_-$时

(c) $t = 0_+$时

图 6.5　例题 6.6 的图

【解】 (1) 求 $t \geq 0$ 时的电容电压 u_C

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = \frac{0-(-6)}{5+25} \times 5 = 1\text{V}$$

$$u_C(\infty) = \frac{6-(-6)}{10+5+25} \times 5 = 1.5\text{V}$$

$$\tau = [(10+25)//5] \times 10^3 \times 100 \times 10^{-12} =$$

$$0.44 \times 10^{-6}\text{s}$$

故

$$u_C(t) = 1.5 + (1-1.5)e^{-t/0.44\times10^{-6}} =$$

$$1.5 - 0.5e^{-2.3\times10^6 t}\text{V}$$

（2）求 $t \geq$ 0 时的 B 点电位 v_C

注意，$t = 0_+$时，由于电容中存在电流，

$$i_C = C\frac{du_C}{dt} \neq 0$$

因此 10kΩ 和 5kΩ 电阻中的电流不等。

$$v_B(0_+) = 6 - \frac{12-1}{10+25} \times 10 = 6 - 3.14 = 2.86\text{V}$$

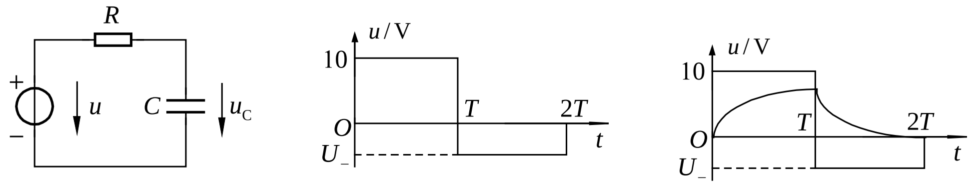
$$v_B(\infty) = 6 - \frac{12}{10+5+25} \times 10 = 3\text{V}$$

$$v_B(t) = 3 + (2.86-3)e^{-2.3\times10^6 t} =$$

$$3 - 0.14e^{-2.3\times10^6 t}\text{V}$$

(3) 求 $t \geq$ 0 时的 A 点电位 v_C

$$v_A(t)=v_B(t)-u_C(t)=$$
$$1.5+0.36e^{-2.3\times10^6 t}\text{V}$$



(a)例题电路　　(b)输入电压　　(c)输出电压

图 6.5　例题 6.6 的图

【例题 6.7】有一 RC 电路如图 6.6(a) 所示，其输入电压如图 6.6(b)所示。设 $u_C(0)=0$，脉冲宽度 $T=RC$。试求负脉冲幅度 U_-等于多大才能在 $t=2T$ 时使得 $u_C=0$。

【解 1】 暂态过程可以分为充电和放电两个阶段。

在充电阶段，$0\le t\le T$，u_C 的初始值为 0V，稳态值为 10V，时间常数为 RC。由三要素法可求得 $u_C(t)$为

$$u_C(t)=10(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$$

因为$\tau=T=RC$，故

$$u_C(T)=10(1-\frac{1}{e})$$

在放电阶段，$T\le t\le 2T$，u_C 的初始值为 $u_C(T)$，稳态值为 U_-，时间常数不变。由三要素法求得

$$u_C(2T)=U_-+\left[U(T)-U_-\right]e^{-\frac{2T-T}{\tau}}=U_-+\left[U(T)-U_-\right]\frac{1}{e}=0$$

由此可解得

$$U_-=\frac{10(1-\frac{1}{e})}{1-e}=-\frac{10}{e}\text{V}$$

【解 2】仔细分析图 6.6(c)所示的充、放电过程可以发现：两个阶段的时间常数相同，暂态持续时间相同，而且暂态变量 u_C 的变化幅度也相同。由此可以推断引发这两个响应的激励幅度也应该相同，即两个阶段的稳态值与初始值的差值相同。由此可得

$$10=U(T)-U_-$$

计算结果与解 1 完全相同。

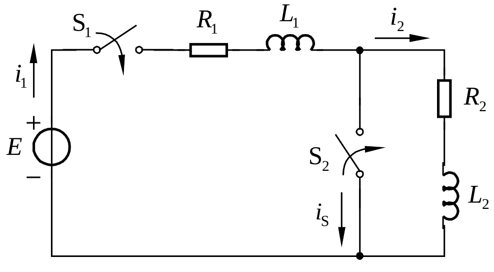


图 6.7　例题 6.8 的图

【例题 6.8】 图 6.7 所示电路中，E=30V，R_1=6Ω，R_2=4Ω，L_1=0.3H，L_2=0.2H，电感线圈无初始电流。先合上开关 S_1，求线圈 L_1 中的电流 i_1；待电路稳定后再合上开关 S_2，求通过开关 S_2 的电流 i_S 。

【解】 (1) 开关 S_1 合上瞬间，根据换路定则

$$i_1(0_+)=i_1(0_-)=0$$

电路稳定后，电感线圈相当于短路，所以根据三要素法公式求 $i_1(t)$，得

$$i_1(\infty)=\frac{E}{R_1+R_2}=\frac{30}{6+4}=3\text{A}$$

$$\tau_1=\frac{L_1+L_2}{R_1+R_2}=\frac{0.3+0.2}{6+4}=0.05\text{s}$$

$$i_1(0_+)=i_1(0_-)=3\text{A}$$

$$i_2(0_+)=i_2(0_-)=3\text{A}$$

$$i_1(t)=i_1(\infty)+\left[i_1(0_+)-i_1(\infty)\right]\ \mathrm{e}^{-t/\tau}=3-3\mathrm{e}^{-t/0.05}=3(1-\mathrm{e}^{-20t})\text{A}$$

(2) 开关 S_2 合上瞬间，电感 L_1 、L_2 的电流仍应保持原来的稳定值，即电路稳定后，电感 L_1 相当于短路，电感 L_2 及 R_2 串联支路被开关 S_2 短接，所以

$$i_1(\infty)=\frac{E}{R_1}=\frac{30}{6}=5\text{A}$$

$$i_2(\infty)=0$$

电路时间常数应分别求出为

$$\tau_1=\frac{L_1}{R_1}=\frac{0.3}{6}=0.05\text{s}$$

$$\tau_2=\frac{L_2}{R_2}=\frac{0.2}{4}=0.05\text{s}$$

根据三要素法分别求 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$及 $i_S(t)$得

$$i_1(t)=i_1(\infty)+\left[i_1(0_+)-i_1(\infty)\right]\ \mathrm{e}^{-t/\tau_1}=5+(3-5)\mathrm{e}^{-t/0.05}=5-2\mathrm{e}^{-20t}\text{A}$$

$$i_2(t)=i_2(\infty)+\left[i_2(0_+)-i_2(\infty)\right]\ \mathrm{e}^{-t/\tau_2}=3\mathrm{e}^{-20t}\text{A}$$

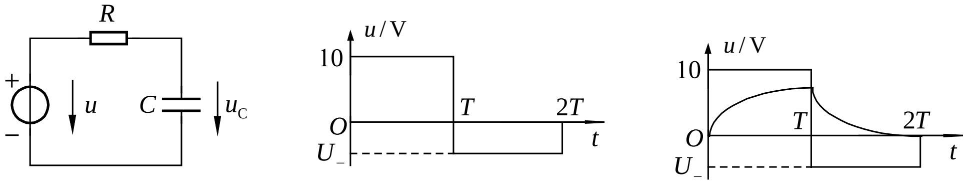
$$i_S(t)=i_1(t)-i_2(t)=5-2\mathrm{e}^{-20t}-3\mathrm{e}^{-20t}=5(1-\mathrm{e}^{-20t})\text{A}$$

【例题 6.9】有一电阻网络 N，接成图 6.8(a)时，测得 u_C=6V；接成图 6.8(b)时，测得 i_L=5mA。如果接成图 6.8(c)，并已知 C=10μF， R=0.8kΩ，$u_C(0_-)$=4V，试求 $t \geq 0$ 时的 u_C 和 i_C。

【解】 由图 6.8(a)和(b)可知，电阻网络 N（包含 10V 电源在内）的开路电压为 6V，短接电流为 5mA，并由此来求出等效有源二端网络的等效电阻 R_0，即

$$v_{\mathrm{A}}(t) = v_{\mathrm{B}}(t) - u_{\mathrm{C}}(t) =$$

$$1.5 + 0.36\mathrm{e}^{-2.3\times10^{6}t}\mathrm{V}$$



(a)例题电路　　(b)输入电压　　(c)输出电压

图 6.5　例题 6.6 的图

【例题 6.7】有一 RC 电路如图 6.6(a) 所示，其输入电压如图 6.6(b)所示。设 $u_{\mathrm{C}}(0)=0$，脉冲宽度 $T=RC$。试求负脉冲幅度 U_-等于多大才能在 $t=2T$ 时使得 $u_{\mathrm{C}}=0$。

【解 1】 暂态过程可以分为充电和放电两个阶段。

在充电阶段，$0\le t\le T$，u_{C} 的初始值为 0V，稳态值为 10V，时间常数为 RC。由三要素法可求得 $u_{\mathrm{C}}(t)$为

$$u_{\mathrm{C}}(t) = 10(1-\mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}})$$

因为$\tau = T = RC$，故

$$u_{\mathrm{C}}(T) = 10(1-\frac{1}{\mathrm{e}})$$

在放电阶段，$T\le t \le 2T$，u_{C} 的初始值为 u_{C}（T），稳态值为 U_-，时间常数不变。由三要素法求得

$$u_{\mathrm{C}}(2T) = U_- + \left[U(T) - U_-\right]\ \mathrm{e}^{-\frac{2T-T}{\tau}} = U_- + \left[U(T) - U_-\right]\frac{1}{\mathrm{e}} = 0$$

由此可解得

$$U_- = \frac{10(1-\frac{1}{\mathrm{e}})}{1-\mathrm{e}} = -\frac{10}{\mathrm{e}}\mathrm{V}$$

【解 2】仔细分析图 6.6(c)所示的充、放电过程可以发现：两个阶段的时间常数相同，暂态持续时间相同，而且暂态变量 u_{C} 的变化幅度也相同。由此可以推断引发这两个响应的激励幅度也应该相同，即两个阶段的稳态值与初始值的差值相同。由此可得

$$10 = U(T) - U_-$$

计算结果与解 1 完全相同。

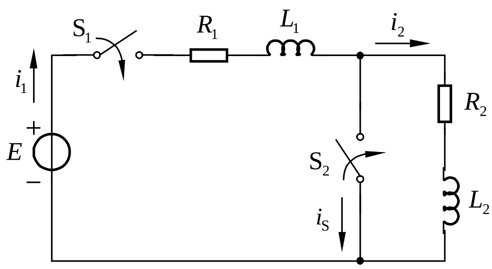


图 6.7　例题 6.8 的图

【例题 6.8】 图 6.7 所示电路中，E=30V，R_1=6Ω，R_2=4Ω，L_1=0.3H，L_2=0.2H，电感线圈无初始电流。先合上开关 S_1，求线圈 L_1 中的电流 i_1；待电路稳定后再合上开关 S_2，求通过开关 S_2 的电流 i_S 。

【解】 (1) 开关 S_1 合上瞬间，根据换路定则

$$i_1(0_+)=i_1(0_-)=0$$

电路稳定后，电感线圈相当于短路，所以根据三要素法公式求 $i_1(t)$，得

$$i_1(\infty)=\frac{E}{R_1+R_2}=\frac{30}{6+4}=3\text{A}$$

$$\tau_1=\frac{L_1+L_2}{R_1+R_2}=\frac{0.3+0.2}{6+4}=0.05\text{s}$$

$$i_1(0_+)=i_1(0_-)=3\text{A}$$
$$i_2(0_+)=i_2(0_-)=3\text{A}$$

$$i_1(t)=i_1(\infty)+\left[i_1(0_+)-i_1(\infty)\right]\ \mathrm{e}^{-t/\tau}=3-3\mathrm{e}^{-t/0.05}=3(1-\mathrm{e}^{-20t})\text{A}$$

(2) 开关 S_2 合上瞬间，电感 L_1 、L_2 的电流仍应保持原来的稳定值，即电路稳定后，电感 L_1 相当于短路，电感 L_2 及 R_2 串联支路被开关 S_2 短接，所以

$$i_1(\infty)=\frac{E}{R_1}=\frac{30}{6}=5\text{A}$$
$$i_2(\infty)=0$$

电路时间常数应分别求出为

$$\tau_1=\frac{L_1}{R_1}=\frac{0.3}{6}=0.05\text{s}$$

$$\tau_2=\frac{L_2}{R_2}=\frac{0.2}{4}=0.05\text{s}$$

根据三要素法分别求 $i_1(t)$ 、 $i_2(t)$及 $i_S(t)$得

$$i_1(t)=i_1(\infty)+\left[i_1(0_+)-i_1(\infty)\right]\ \mathrm{e}^{-t/\tau_1}=5+(3-5)\mathrm{e}^{-t/0.05}=5-2\mathrm{e}^{-20t}\text{A}$$

$$i_2(t)=i_2(\infty)+\left[i_2(0_+)-i_2(\infty)\right]\ \mathrm{e}^{-t/\tau_2}=3\mathrm{e}^{-20t}\text{A}$$

$$i_S(t)=i_1(t)-i_2(t)=5-2\mathrm{e}^{-20t}-3\mathrm{e}^{-20t}=5(1-\mathrm{e}^{-20t})\text{A}$$

【例题 6.9】有一电阻网络 N，接成图 6.8(a)时，测得 u_C=6V；接成图 6.8(b)时，测得 i_L=5mA。如果接成图 6.8(c)，并已知 C=10μF， R=0.8kΩ，$u_C(0_-)$=4V，试求 t≥0 时的 u_C 和 i_C。

【解】 由图 6.8(a)和(b)可知，电阻网络 N（包含 10V 电源在内）的开路电压为 6V，短接电流为 5mA，并由此来求出等效有源二端网络的等效电阻 R_0，即

$$R_0=\frac{6}{5}=1.2\text{k}\Omega$$

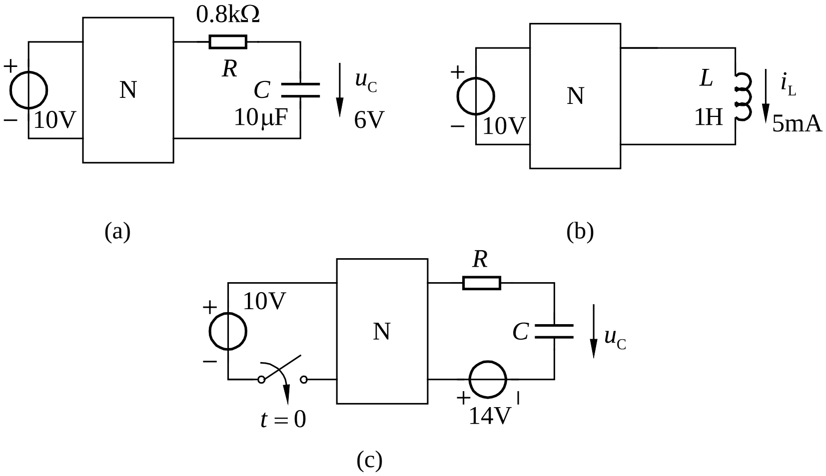


图 6.8　例题 6.9 的电路

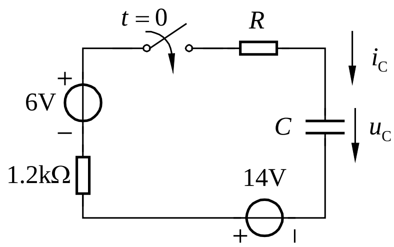


图 6.9　例题 6.9 的等效电路

图 6.8(c)可画成图 6.9，而后用三要素法计算。
确定初始值和稳态值

$$u_C(0_+)=u_C(0_-)=4\text{V}$$

$$u_C(\infty)=6+14=20\text{V}$$

确定时间常数

$$\tau=(R_0+R)C=$$
$$(1.2+0.8)\times10^3\times10\times10^{-6}=20\times10^{-3}\text{s}$$

于是得

$$u_C(t)=20+(4-20)\text{e}^{-\frac{10^3}{20}t}=20-16\text{e}^{-50t}\text{V}$$

$$i_C(t)=\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t}=10\times10^{-6}\left[(-16)\times(-50)\right]\ \text{e}^{-50t}=8\times10^{-3}\text{e}^{-50t}\text{A}=8\text{e}^{-50t}\text{mA}$$

【例题 6.10】 在图 6.10 中，求 u_o。

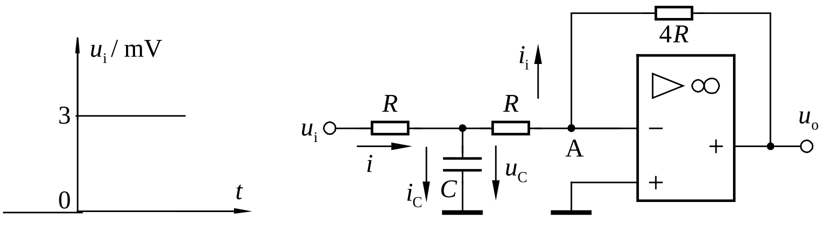


图 6.10　例题 6.10 的电路

【解 1】 列微分方程，用经典法求 u_C 和 u_o

$$i = i_C + i_i$$
$$\frac{u_i - u_C}{R} = C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R}$$

化简得

$$u_i = RC\frac{du_C}{dt} + 2u_C$$

$$u_C = \frac{3}{2}(1 - e^{-\frac{2}{RC}t})\text{mV}$$

$$u_o = -\frac{4R}{R}u_C = -4u_C = 6(e^{-\frac{2}{RC}t} - 1)\text{mV}$$

解微分方程，得

【解 2】 用三要素法求 u_C。因为图 6.10 中 A 点为虚地点，所以可将原电路的左部化成图 6.11 所示。由三要素法公式得

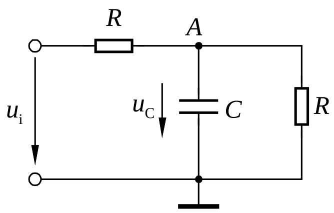


图 6.11　解题 6.10 的图

$$\tau = \frac{RR}{R+R}C = \frac{RC}{2}\ \text{s}$$
$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$
$$u_C(\infty) = \frac{R}{R+R} \times 3 = 1.5\text{mV}$$
$$u_C(t) = 1.5 + (0 - 1.5)e^{-\frac{2}{RC}t} = 1.5(1 - e^{-\frac{2}{RC}t})\text{mV}$$
$$u_C(t) = \frac{3}{2}(1 - e^{-\frac{2}{RC}t})\text{mV}$$

与解 1 同理

$$u_o = -\frac{4R}{R}u_C = -4u_C = 6(e^{-\frac{2}{RC}t} - 1)\text{mV}$$

【例题 6.11】 已知图 6.12 中 $C = 0.2$F 零状态响应为

$$u_C(t) = 20(1 - e^{-0.5t})\text{V}$$

现若 $C = 0.05$F，且求 $u_C(0_-) = 5$V，其他条件不变，再求 $t > 0$ 时的 $u_C(t)$ 。

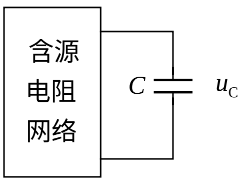


图 6.12　例题 6.11 的图

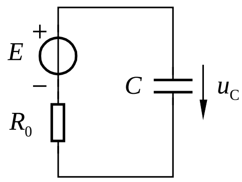


图 6.13　例题 6.11 的等效电路

【解】 作出等效电路如图 6.13 所示。首先来确定含源电阻网络的戴维南等效电路的参数。由图 6.13 求出零状态响应为

$$u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau_1})\text{V}$$

又知

$$u_C(t) = 20(1 - e^{-0.5t})\text{V} \quad C = 0.2\text{F}$$

对比可以得出

$$E = 20\text{V} \qquad R_0 = 2/C = 10\Omega$$

当电容为 0.05F，且 $u_C(0_-)$ =5V 时的响应为零输入响应与零状态响应之和。即

$$u_C(t) = u_C(0_+)e^{-t/\tau_2} + E(1 - e^{-t/\tau_2})$$

其中

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 5\text{V}$$

$$\tau_2 = R_0C_2 = 10 \times 0.05 = 0.5\text{s}$$

$$u_C(t) = 5e^{-2t} + 20(1 - e^{-2t}) = 20 - 15e^{-2t}\text{V}$$

【例题 6.12】 图 6.14 所示方框 P 为一不含独立电源的线性电路，电路参数固定。在 t=0 时接通电源开关 S，并在 ab 端接不同电路元件时，ab 两端有不同的零状态响应。已知

(1) ab 端接电阻 R=2Ω时，此响应为

$$u_{ab1}(t) = \frac{1}{4}(1 - e^{-t})\text{V}$$

(2) ab 端接电容 C=1F 时，此响应为

$$u_{ab2}(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-t/4})\text{V}$$

求将此电阻 R，电容 C 并联接到 ab 端时，此时的响应表达式。

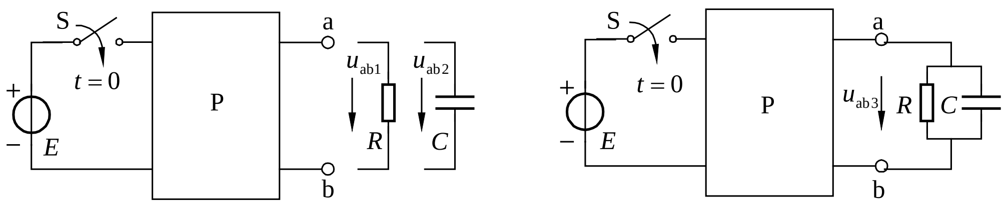


图 6.14 例题 6.12 的电路

【解】 此题应先推算出 P 网络的电路模型，并判断出电源电动势，然后再进一步求出解答。按照已知条件：当 ab 端接电阻或电容时的零状态响应分别为

$$u_{ab1}(t) = \frac{1}{4}(1 - e^{-t})\text{V}$$

$$u_{ab2}(t) = \frac{1}{2}(1 - e^{-t/4})\text{V}$$

可见两种情况下均为一阶电路的零状态响应。一阶电路可以由 RC 或 RL 电路组成，但按照已知条件，ab 端接电容后仍为一阶电路，由此可以推断，P 网络是由 RC 元件组成的，其最简单的电路模型如图 6.15 所示。E 为直流电源，在此情况下，ab 端接 R 或接

C 时，均属于一阶电路与直流电源接通的响应。开关动作的时间为 $t = 0$。

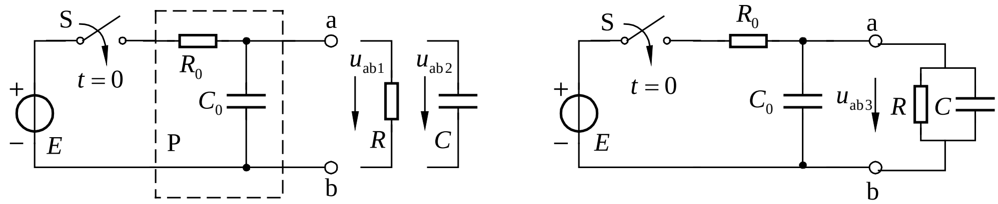


图 6.15　例题 6.12 的等效电路

根据所得电路模型，当 ab 端接电阻或电容时，由电路模型求解推导 ab 两端不同零状态响应 $u_{ab}(t)$的时间常数和稳态值，并与已知的 $u_{ab1}(t)$ 、$u_{ab2}(t)$相比较，就可以求解电路模型的参数。

(1) 当 ab 端接 R=2Ω电阻时

$$u_{ab1}(\infty)=\frac{R}{R_0+R}E=\frac{2}{R_0+2}E=\frac{1}{4}\mathrm{V}$$

$$\tau_1=\frac{RR_0}{R+R_0}C_0=\frac{2R_0C_0}{2+R_0}=1\mathrm{s}$$

(2) 当 ab 端接 C =1F 电容时

$$\tau_2=R_0(C+C_0)=R_0\left(1+C_0\right)=4\mathrm{s}$$

$$u_{ab2}(\infty)=E=\frac{1}{2}\mathrm{V}$$

由此解出元件参数

$$E=0.5\mathrm{V}\qquad R_0=2\Omega\qquad C_0=1F$$

(3) 当电阻 R 、电容 C 并联接到 ab 端时，由三要素法

$$\tau_3=\frac{R_0R}{R_0+R}(C_0+C)=2\mathrm{s}$$

$$u_{ab3}(0_+)=u_{ab3}(0_-)=0$$

$$u_{ab3}(\infty)=\frac{R}{R_0+R}E=0.25\mathrm{V}$$

$$u_{ab3}(t)=0.25(1-\mathrm{e}^{-0.5t})\mathrm{V}$$

【例题 6.13】 电路如图 6.16 所示，$t = 0$ 时，开关由 a 掷向 b，开关动作以前电路已经处于稳态。试求 $t\ \geq 0$ 时的 $u_C(t)$。并绘出 $u_C(t)$曲线。

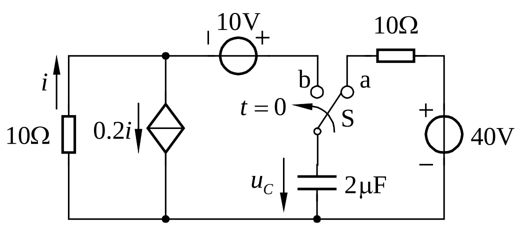
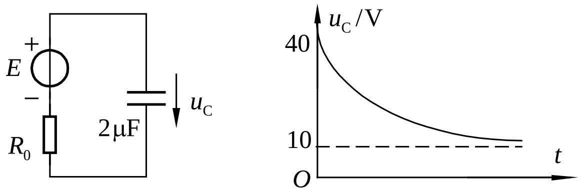


图 6.16　例题 6.13 的电路



(a)等效电路　　(b)响应曲线

图 6.17　例题 6.13 的图

【解】 由换路前的电路计算

$$u_{\mathrm{C}}(0_-) = 40\mathrm{V}$$

换路后的电路包含有受控源，宜用等效变换的方法将电路化简之后再求解。为此将电容以外的电路用戴维南等效电路代替，作出的等效电路如图 6.17(a)所示。其中的 E 和 R_0 经计算得出

$$E = 10\mathrm{V} \qquad R_0 = 12.5\Omega$$

用三要素法求全响应 $u_{\mathrm{C}}(t)$

$$u_{\mathrm{C}}(0_+) = u_{\mathrm{C}}(0_-) = 40\mathrm{V}$$

$$u_{\mathrm{C}}(\infty) = E = 10\mathrm{V}$$

$$\tau = R_0 C = 12.5 \times 2 \times 10^{-6} = 25 \times 10^{-6}\mathrm{s}$$

$$u_{\mathrm{C}}(t) = 10 + (40 - 10)\mathrm{e}^{-\frac{t}{25\times10^{-6}}} = 10 + 30\mathrm{e}^{-4\times10^{4}t}\mathrm{V}$$

$u_{\mathrm{C}}(t)$ 的曲线如图 6.17(b)所示。

【例题 6.14】 在图 6.18 所示电路中，已知 E=10V，L=100μH，C_2=50μF，R_1=R_2=100Ω。换路前电路无初始储能，如果从开关 S 闭合瞬间开始，$i(t)$就一直为常数，试求 R_3、C 和 $i(t)$。

【解】 根据题意，$t \geq 0$ 后 $i(t)$恒定，得

$$i(0_+) = i(\infty)$$

$$i(0_+) = \frac{E}{R_3} + \frac{E}{R_2} = \frac{10}{R_3} + \frac{10}{100}$$

$$i(\infty) = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} = \frac{10}{100} + \frac{10}{100} = 0.2\mathrm{A}$$

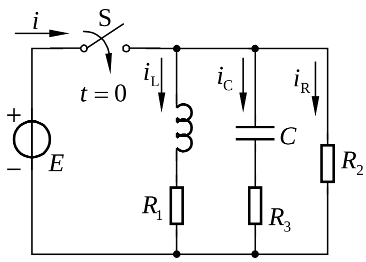


图 6.18　例题 6.14 的图

所以

$$R_3 = 100\Omega$$

又因为

$$i_{\mathrm{L}}(t) = \frac{E}{R_1}(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau_1}) \qquad \tau_1 = \frac{L}{R_1}$$

$$i_C(t)=\frac{E}{R_3}e^{-t/\tau_2} \qquad \tau_2=R_3C$$

$$i(t)=i_L(t)+i_C(t)+i_R(t)=0.1(1-e^{-t/\tau_1})+0.1e^{-t/\tau_2}+0.1=0.2A$$

所以

$$e^{-t/\tau_1}=e^{-t/\tau_2}$$

$$\tau_1=\tau_2$$

$$\frac{L}{R_1}=R_3C$$

$$C=\frac{L}{R_1R_3}=\frac{100\times10^{-6}}{100\times100}=0.01\mu H$$

二、习题精选

【习题 6.1】 在图 6.19 中，换路前各储能元件均未储能。试求在开关 S 闭合瞬间各元件中的电流及其两端电压。

【习题 6.2】 在图 6.20 所示电路中，已知 E = 6V，I = 6A，R_1=R_2=3Ω。电路稳定后，t = 0 时两个开关同时闭合。试求换路后 C 和 L 中电流的初始值和稳态值。

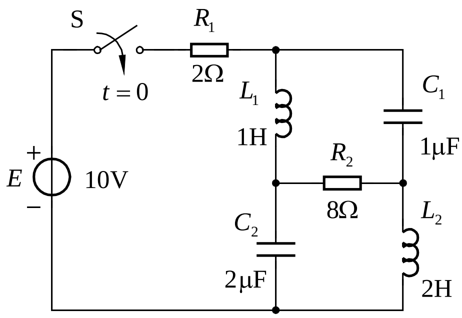


图 6.19 习题 6.1 的图

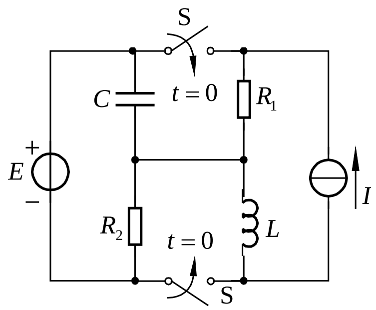


图 6.20 习题 6.2 的图

【习题 6.3】 在图 6.21 所示电路中，已知 E=12V，C_1=20μF，C_2=50μF， R_1=10kΩ，R_2=50kΩ，R_3=20kΩ,。换路前开关 S 合在 a 端，且电路已经稳定，此时 C_2 上的电压为零。当开关 S 合到 b 端后，求：(1) u_{C1} 和 u_{C2}；(2) C_1 的最大放电电流和 C_2 的最大充电电流；(3) u_{C1} 衰减得快，还是 u_{C2} 增长得快？

【习题 6.4】 在图 6.22 所示电路中，E=100V，电容起始电压为零，在 t =0 瞬间合上开关 S，经 15s 测得电压 u_C=95V，电流 i_C=1mA，试求电路参数 R、C 及在 15s 时电容的储能。

【习题 6.5】 在图 6.23 所示电路中， I_S=10mA，R_1=5kΩ，R_2=6kΩ，R_3=4kΩ，

C=100μF。电路原来已经稳定，在 t =0 瞬间断开开关 S，求开关两端电压 $u(t)$。

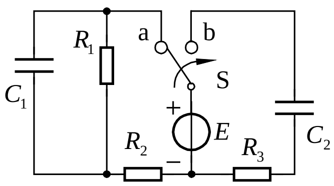


图 6.21 习题 6.3 的图

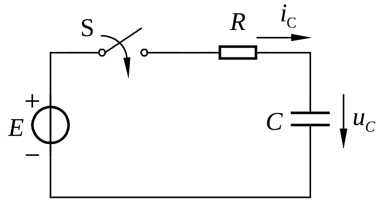


图 6.22 习题 6.4 的图

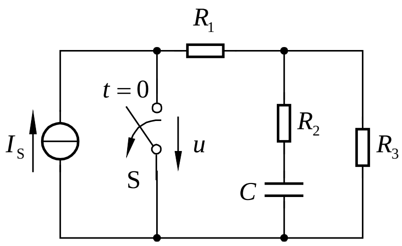


图 6.23 习题 6.5 的图

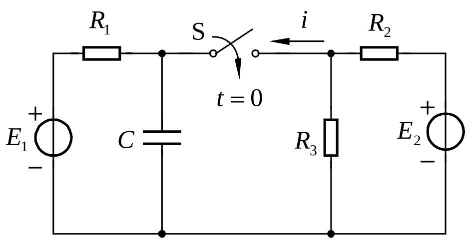


图 6.24 习题 6.6 的图

【习题 6.6】 在图 6.24 所示电路中，E_1=10V，E_2=60V，R_1=10kΩ，R_2=R_3=20kΩ，C=50μF。电路原来已经稳定，在 t =0 瞬间合上开关 S，求流过开关的电流 $i(t)$的变化规律。

【习题 6.7】在图 6.25 所示电路中，E_1=E_2=30V，R_1=10Ω，R_2=5Ω，R_3=30Ω，L=10H，开关原在 a 位置，在电路稳定时合到 b 位置，试求通过开关的电流 i。

【习题 6.8】 在图 6.26 所示电路中，E=36V，R_1=32Ω，R_2=40Ω，R_3=10Ω，L=9H，电路原来已经稳定，在 t =0 瞬间断开开关 S ，求开关两端电压 $u(t)$。

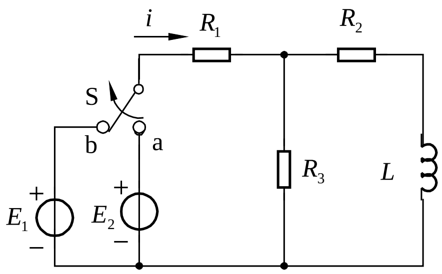


图 6.25 习题 6.7 的图

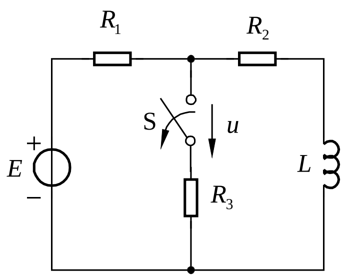


图 6.26 习题 6.8 的图

【习题 6.9】在图 6.27 所示电路中，E=2V，R_1=2Ω，R_2=8Ω，电压表内阻 R_v=20kΩ，最大耐压 1000V，问是否可以突然打开开关 S 。

【习题 6.10】 C=1μF 的电容被直流 E=300V 的电源充电后断开电路，经过 10s 电容器尚残存电荷 Q=278×10^{-6} C，求电容器的漏电阻 R_S。

【习题 6.11】 在图 6.28 所示的电路中，E=100V，R=5Ω，C=5 000μF，熔断器的额定电流为 2A，若工作电流大于额定电流 6 倍，持续作用 20ms，熔断器将熔断。问开关 S 闭合时熔断器是否会熔断；若将电容改为 6 000μF，熔断器是否会熔断？

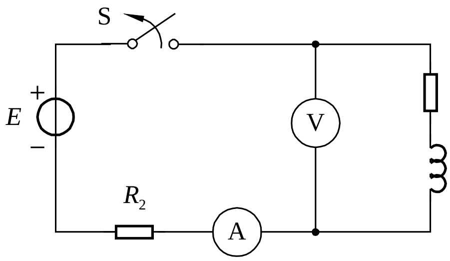


图 6.27 习题 6.9 的图

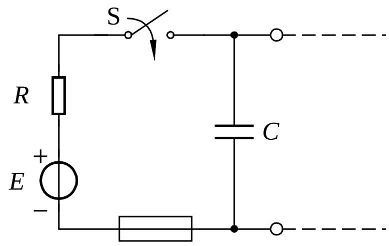


图 6.28 习题 6.11 的图

【习题 6.12】 在图 6.29 所示的电路中，已知 R=10Ω，L=1H。S_1 合上，S_2 断开，电路已经稳定。在 t =0 时 S_1 断开，经 0.1s 后再合上 S_2，求 i_R。

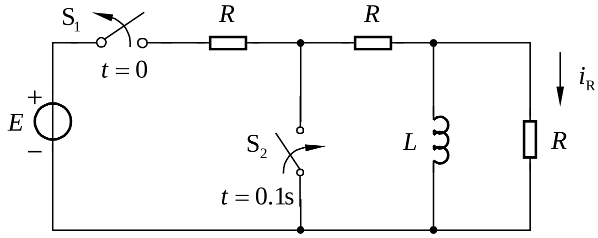


图 6.29 习题 6.12 的图

【习题 6.13】在图 6.30 所示的电路中，E_1=6V，E_2=12V，R_1=3kΩ，R_2=6kΩ，R_3=8kΩ，C=1μF。S_1 合于端 a，S_2 断开时电路已经稳定。当 t =0 时，将由 a 端合向 b 端，求 $u_C(t)$ 的变化规律。当 $t=\tau$ 时，又将 S_2 合上，再求 $u_C(t)$的变化规律，画出变化曲线。

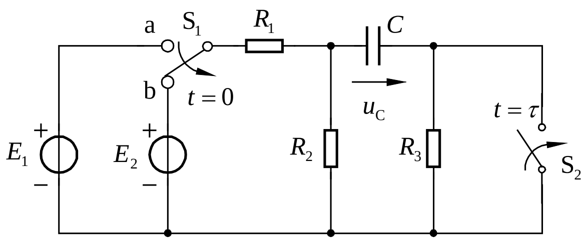


图 6.30 习题 6.13 的图

【习题 6.14】在图 6.31(b)所示的电路中，已知 E=3V，R_1=3kΩ，R_2=6kΩ，C=1μF，电压的波形如图 6.31 (a)所示，周期 T=4ms。开关 S 在 t =0 时闭合。试求：

(1) 画出电压在一周期内 $u_C(t)$的波形图，并在图上标出 t =0、t =T/2、t =T 时 $u_C(t)$ 的值；

(2) 写出区间 t =0 ~T/2 及区间 t =T/2~ T 的 $u_C(t)$表达式；

(3) $u_C(t)$从 t =0 时起经过多长时间为零值。

【习题 6.15】 在图 6.32 所示的电路中，开关 S 闭合前电路已经稳定。求 S 闭合后，2Ω电阻中电流随时间变化的规律 $i_R(t)$。

【习题 6.16】 在图 6.33 所示的电路中，开关 S 闭合前电路已经稳定。求 S 闭合后，电感电流 $i_L(t)$和电容电压 $u_C(t)$随时间变化的规律。

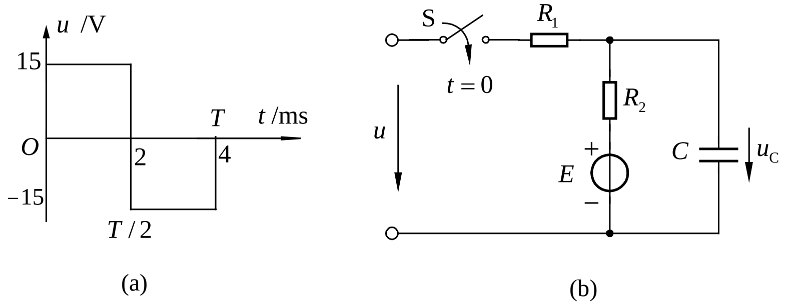


图 6.31　习题 6.14 的图

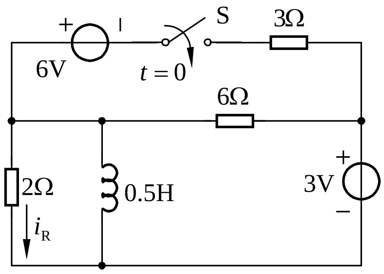


图 6.32　习题 6.15 的图

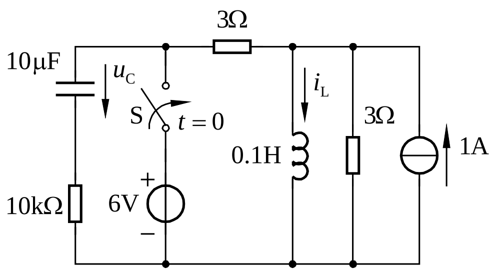


图 6.33　习题 6.16 的图

【习题 6.17】 现有一电路如图 6.34 所示，开关 S 闭合前电路已经稳定，试求当 S 闭合后的 $i_C(t)$和 $u_L(t)$ 。

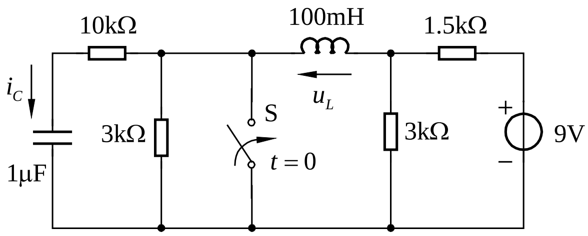


图 6.34　习题 6.17 的图

【习题 6.18】 电路如图 6.35 所示，开关 S 断开前电路已经稳定，试求 S 断开后的电压 $u(t)$。

【习题 6.19】 电路如图 6.36 所示，已知 $i(0)$ =2A，求 $u(t)$并画出其曲线。

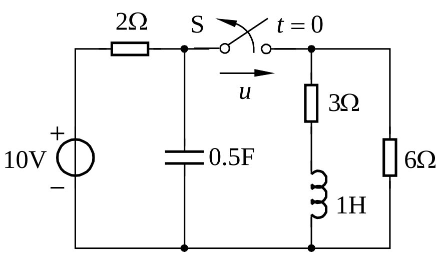


图 6.35　习题 6.18 的图

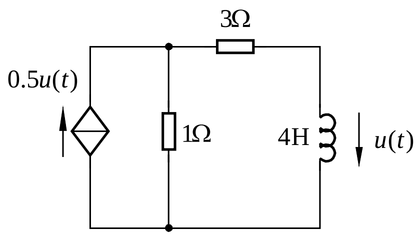


图 6.36　习题 6.19 的图

【习题 6.20】 电路如图 6.37 所示，开关 S 断开前电路已经稳定，求 $u_C(t)$并画出其曲线。

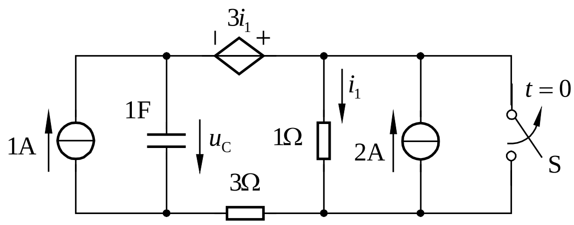


图 6.37 习题 6.20 的图

【习题 6.21】 电路如图 6.38(a)所示，$t<0$ 时电路已经稳定，C=0.01μF，E=2V，R_1=2kΩ，R_2=8kΩ，$u_S(t)$ 如图 6.38(b)所示。试求 $t>0$ 时的 $u(t)$，并画出波形图。

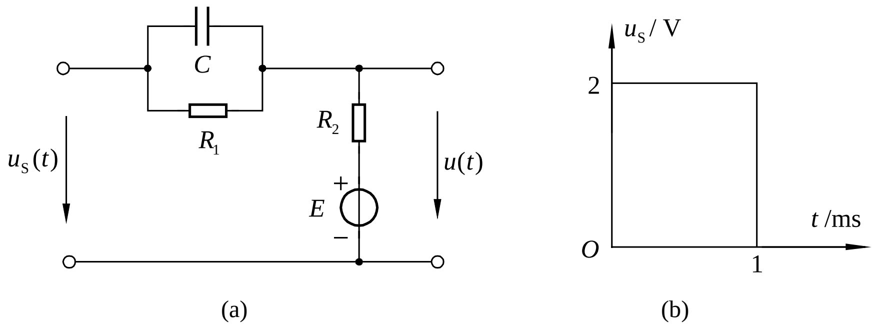


图 6.38 习题 6.21 的图

【习题 6.22】 图 6.39(a)中线性网络 N 为零状态，当 $u_S(t)$为 6.39(b) 所示激励时，响应 $u_0(t)$ 如图 6.39(c)所示。试将网络 N 的最简电路模型填入图中虚线框内。

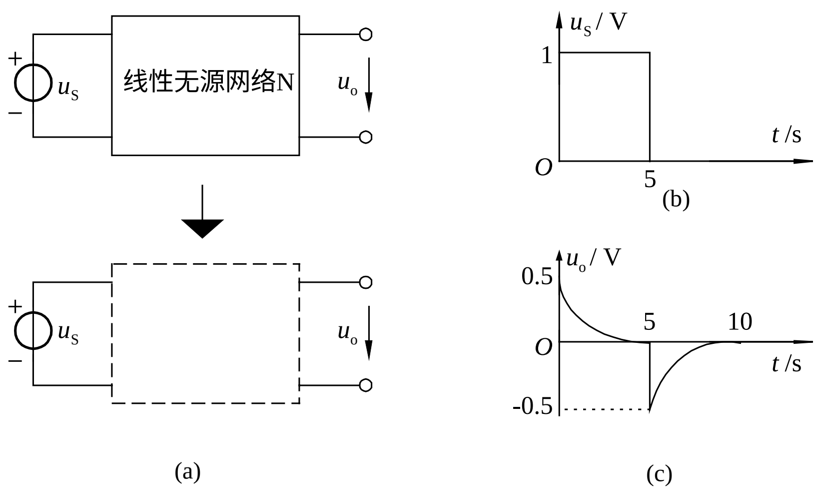


图 6.39 习题 6.22 的图

二、 习题答案

【习题 6.1】 (1)R_1、R_2、C_1、C_2 初始电流均为 1A；L_1、L_2 初始电流均为 0。
(2)R_1、R_2 电压为 2V、8V；C_1、C_2 电压均为 0；L_1、L_2 电压均为 8V。

【习题 6.2】 电感中电流初始值为 6A，稳态值为 2A。
电容中电流初始值为 4A，稳态值为 0。

【习题 6.3】 (1) $u_{C1}(t)=2e^{-2t}\text{V}$
$u_{C2}(t)=12(1-e^{-t})\text{V}$
(2) 0.1mA， 0.6mA
(3) u_{C2} 快

【习题 6.4】 $R=5\text{k}\Omega$， $C=1\,000\mu\text{F}$，W_C=4.51J。

【习题 6.5】 $u(t)=90-16e^{-t}\text{V}$

【习题 6.6】 $i(t)=1+e^{-4t}\text{mA}$

【习题 6.7】 $i(t)=(2.7e^{-1.25t}-2.1)\text{A}$

【习题 6.8】 $u(t)=20+10.24e^{-8t}\text{V}$

【习题 6.9】 否

【习题 6.10】 R_S=131MΩ。

【习题 6.11】 否；是。

【习题 6.12】 $i_R(t)=-0.5e^{-10t}\text{A}$ ；$i_R(t-0.1)=-0.092e^{-5(t-0.1)}\text{A}$。

【习题 6.13】 $u_C(t)=8-4e^{-100t}\text{V}$ ； $u_C(t-\tau)=8-1.47e^{-500(t-0.01)}\text{V}$。

【习题 6.14】 (1) $u_{C0}(0)=3\text{V}$, $u_C(T/2)=8.06\text{V}$, $u_C(T)=-2.75\text{V}$。
(2) $u_C(t)=11-8e^{-500t}\text{V}$ ； $u_C(t-T/2)=-9+17e^{-500(t-T/2)}\text{V}$ 。
(3) t_0= 3.27ms。

【习题 6.15】 $i_R(t)=1.5e^{-2t}\text{A}$

【习题 6.16】 $i_L(t)=3-2e^{-15t}\text{A}$ $u_C(t)=6(1-e^{-10t})\text{V}$。

【习题 6.17】 $u_L(t)=4.5e^{-10^4t}\text{V}$ ；$i_C(t)=-0.45e^{-100t}\text{A}$。

【习题 6.18】 $u(t)=10-5e^{-t}+10e^{-9t}\text{V}$。

【习题 6.19】 $u(t)=-16e^{-2t}\text{V}$

【习题 6.20】 $u_C(t)=-3+6e^{-t}\text{V}$

【习题 6.21】 $u(t)=2+0.4e^{-6.25\times10^4t}\text{V},0\le t<1\text{ms}$；
$u(t)=0.4\text{-}0.4e^{-6.25\times10^4(t-10^{-3})}\text{V},\ t>1\text{ms}$。