

海洋工程中的弹性支持梁*

曾晓辉 沈晓鹏

(中国科学院力学研究所 工程科学研究部)

摘 要

油气输送管线是海洋工程中的重要装备,对其进行安全评估是工程设计和检测的必要组成部分和主要目标。由于海底不平、挖沟作业、海流冲刷等情况会使管线在海底起伏弯曲,因此需要对这种变形状态下的管线进行强度分析。

考虑海底土壤对管线的弹性支持作用,将管线模型化为支撑在弹性地基上的长梁,给出这种弹性支持梁在起伏弯曲情况下的强度分析方法。该问题的特点是:由起伏引起的弹性梁的两段悬空长度、一段与地基接触的长度均是待求量。与通常的弹性地基梁问题不同,这是一个动边界问题。

1 引 言

我国海底油气管线的总长度目前已超过 2500 公里,而且管线规模还在进一步扩大。海底管线造价高昂(每公里 30~100 万美元),一旦破坏会造成很大的经济损失。随之而来的油气供应停顿、环境污染还会引发恶劣的社会和政治影响。因此对管线进行安全评估非常重要。

海底管线的工况较多,本文考虑由海底崎岖、挖沟作业、海流冲刷等情况引起的管线不平问题,研究这种情况下管线的强度分析方法。

如所周知,海底管线并不总是处于平直状态,它可能由于海底起伏而处于弯曲状态。海底起伏不平的原因很多,主要有:1)海底的自然崎岖;2)挖沟作业过程中引起的不平;3)处于工作状态下的管线地基被海流、涡流等淘蚀后形成的不平。本文选取位于一个海底起伏处的管线作为研究对象,如图 1 所示。考虑土体松软的情况,将海底土介质作为弹性地基,将海底管线模型化为支撑于弹性地基上的梁。在这一问题中我们所关心的是:在某起伏量下,梁(管线)是否会由于弯曲变形而发生强度破坏。由此可见,海底起伏是已知量,梁的应力、挠度等是未知量。梁被海底起伏分成两个悬空分段、三个弹性支持分段,这些分段的长度都是未知的。显然,本文所研究的弹性地基梁问题与通常的问题不同。在通常的弹性地基梁问题中,梁长度已知,因此边界是固定的;而在本文中,梁的各分段长度未知,所以是一个动边界问题。这也是海洋工程中弹性地基梁问题的一个主要特点。

考虑上述特点,本文研究了海底管线在海底不平状态下的强度问题,进行了相应的分析和计算。

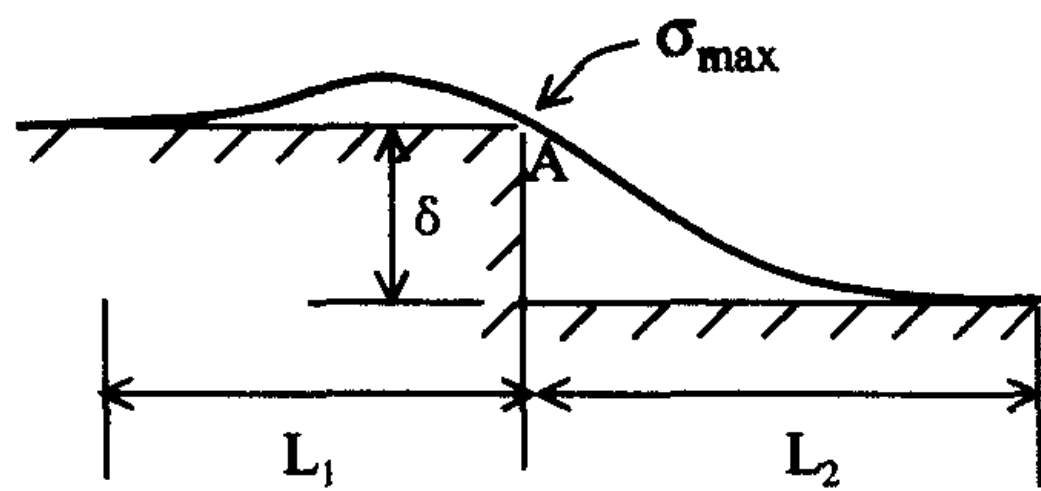
2 方程和边界条件

将管线模型化为一根长梁,将海底起伏不平程度用一个高度为 δ 的台阶表示(图 1)。当把土体

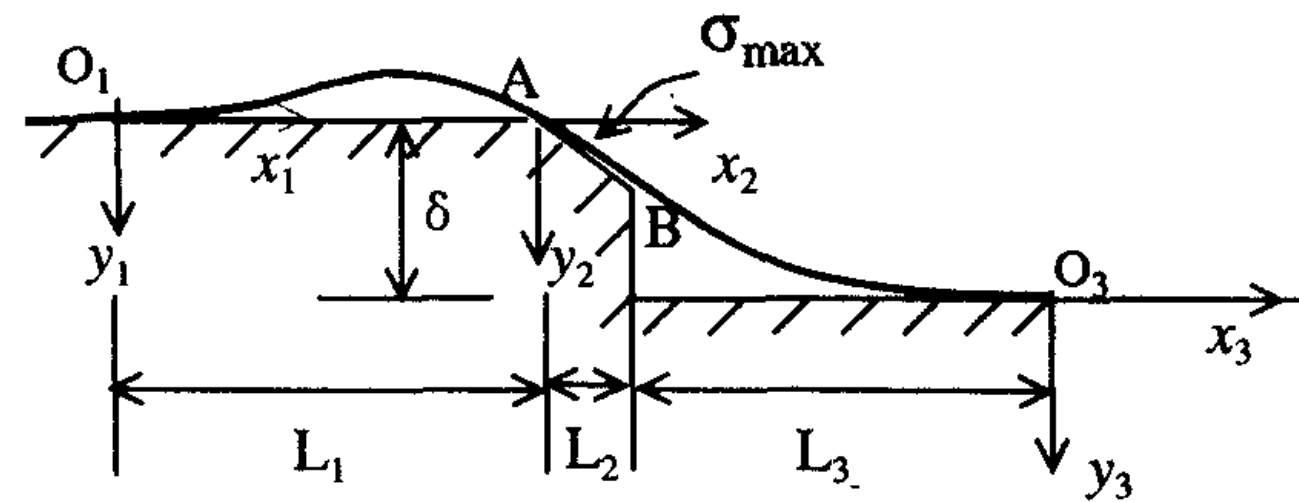
*中国科学院知识创新工程(KJCX2-SW-L03)、国家高技术研究发展计划(“十五”863 计划海洋资源开发技术主题 2004AA617010)资助项目。

当作完全刚性地基时, 梁的变形如图 1(a) 所示。台阶升高使管线在台阶以上和以下分别被抬起长度为 L_1 和 L_2 的两部分。由于 L_1 和 L_2 的值是待定的, 所以这是一个动边界问题。管线与土壤在 A 点处接触, 分析表明, 当把土当作完全刚性的地基时, A 点处的弯曲应力最大^[1]; 当把台阶处土体当作弹性地基时, 最大弯曲应力发生在与台阶接触的那段管线中 (即图 1b 中的 AB 段) 的某点, 土体的反力系数越大 (即土越硬), 应力最大点越接近 A 点^[2]。

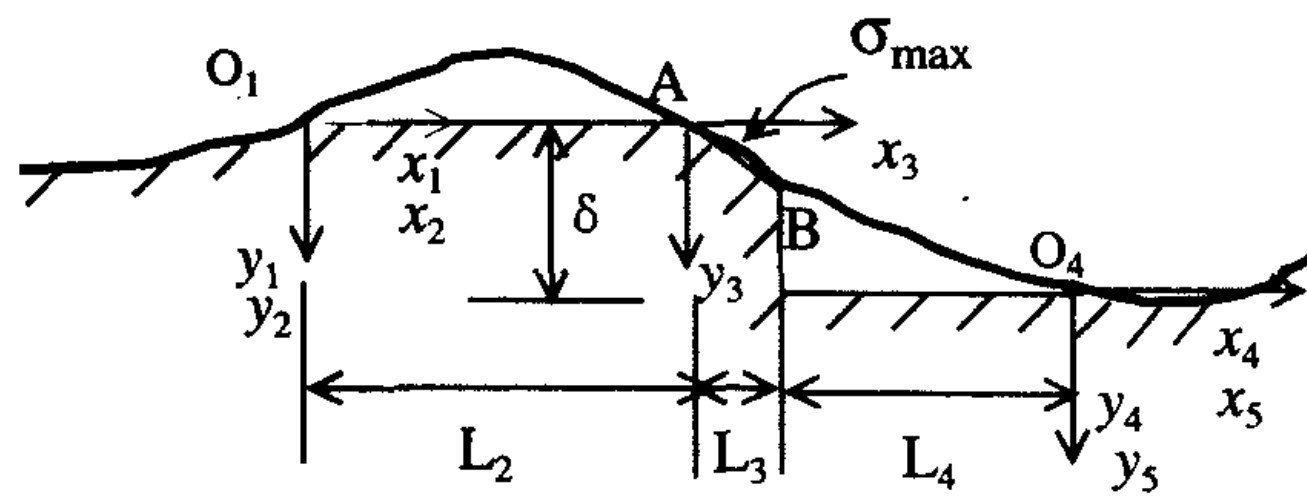
本文不仅考虑台阶处土体的弹性, 而且还将研究与梁接触的其他两段土体的弹性对梁应力和变形的影响。如图 1(c) 所示, 若把所有与梁接触的土体当作弹性地基, 则梁的变形可分为 5 段: 梁的两端各有一段 (分别延伸至 $\pm\infty$ 处) 与弹性地基接触, 共同发生变形; 起伏不平的台阶处有一段与弹性地基接触; 台阶的左右两侧各有一段悬空。其中, 悬空长度 L_2 、 L_4 、台阶处与弹性地基接触的长度 L_3 均是待求量, 因此这是一个动边界问题。分别对 5 段梁列方程, 考虑各段之间的连续条件, 就可以求解该问题。



(a) 土体为刚性地基



(b) 台阶处土体为弹性地基



(c) 所有土体均为弹性地基

图1 海底起伏下的弯曲管线

坐标系如图 1(c) 所示, 引入无量纲量:

$$x_i^* = \frac{x_i}{L_c}, \quad y_i^* = \frac{y_i}{L_c}, \quad l_i^* = \frac{L_i}{L_c} \quad (i = 1, 2, \dots, 5), \quad \delta^* = \frac{\delta}{L_c}, \quad L_c^3 = \frac{EI}{w}$$

其中, L_c 为管线的特征长度, EI 是管线的弯曲刚度, w 是单位长度管线重量。

用无量纲量表示的管线控制方程为:

$$\frac{d^4 y_i^*}{dx_i^{*4}} = 1, \quad (i = 2, 4) \quad (1)$$

$$\frac{d^4 y_i^*}{dx_i^{*4}} + \frac{kDL_c}{w} y_i^* = 1, \quad (i = 1, 3, 5) \quad (2)$$

其中 D 是管线外径, k 是土的地基反力系数。

方程 (1)(2) 的解为:

$$y_i^* = \frac{x_i^{*4}}{24} + k_{3i} x_i^{*3} + k_{2i} x_i^{*2} + k_{1i} x_i^* + k_{0i}, \quad (i = 2, 4) \quad (3)$$

$$y_i^* = e^{\alpha x_i^*} (c_{1i} \cos \alpha x_i^* + c_{2i} \sin \alpha x_i^*) + e^{-\alpha x_i^*} (c_{3i} \cos \alpha x_i^* + c_{4i} \sin \alpha x_i^*) + 1/(4\alpha^4), \quad (i = 1, 3, 5) \quad (4)$$

其中, $\alpha = \sqrt[4]{kDL_c/4w}$ 。

边界条件和连续性条件为:

$$x_1^* \rightarrow -\infty \text{ 时: } y_1^* \text{ 为有限值} \quad (5)$$

$$x_1^* = 0 \text{ (即 } x_2^* = 0 \text{)} \text{ 时: } y_1^*|_{x_1^*=0} = 0, \quad y_2^*|_{x_2^*=0} = 0, \quad \frac{dy_1^*}{dx_1^*}|_{x_1^*=0} = \frac{dy_2^*}{dx_2^*}|_{x_2^*=0}$$

$$\frac{d^2 y_1^*}{dx_1^{*2}}|_{x_1^*=0} = \frac{d^2 y_2^*}{dx_2^{*2}}|_{x_2^*=0}, \quad \frac{d^3 y_1^*}{dx_1^{*3}}|_{x_1^*=0} = \frac{d^3 y_2^*}{dx_2^{*3}}|_{x_2^*=0} \quad (6)$$

$$x_2^* = l_2^* \text{ (即 } x_3^* = 0 \text{)} \text{ 时: } y_2^*|_{x_2^*=l_2^*} = 0, \quad y_3^*|_{x_3^*=0} = 0, \quad \frac{dy_2^*}{dx_2^*}|_{x_2^*=l_2^*} = \frac{dy_3^*}{dx_3^*}|_{x_3^*=0},$$

$$\frac{d^2 y_2^*}{dx_2^{*2}}|_{x_2^*=l_2^*} = \frac{d^2 y_3^*}{dx_3^{*2}}|_{x_3^*=0}, \quad \frac{d^3 y_2^*}{dx_2^{*3}}|_{x_2^*=l_2^*} = \frac{d^3 y_3^*}{dx_3^{*3}}|_{x_3^*=0} \quad (7)$$

$$x_3^* = l_3^* \text{ (即 } x_4^* = -l_4^* \text{)} \text{ 时: } y_3^*|_{x_3^*=l_3^*} - y_4^*|_{x_4^*=-l_4^*} = \delta^*, \quad \frac{dy_3^*}{dx_3^*}|_{x_3^*=l_3^*} = \frac{dy_4^*}{dx_4^*}|_{x_4^*=-l_4^*},$$

$$\frac{d^2 y_3^*}{dx_3^{*2}}|_{x_3^*=l_3^*} = \frac{d^2 y_4^*}{dx_4^{*2}}|_{x_4^*=-l_4^*}, \quad \frac{d^3 y_3^*}{dx_3^{*3}}|_{x_3^*=l_3^*} = \frac{d^3 y_4^*}{dx_4^{*3}}|_{x_4^*=-l_4^*} \quad (8)$$

$$x_4^* = 0 \text{ (即 } x_5^* = 0 \text{)} \text{ 时: } y_4^*|_{x_4^*=0} = 0, \quad y_5^*|_{x_5^*=0} = 0, \quad \frac{dy_4^*}{dx_4^*}|_{x_4^*=0} = \frac{dy_5^*}{dx_5^*}|_{x_5^*=0}$$

$$\frac{d^2 y_4^*}{dx_4^{*2}}|_{x_4^*=0} = \frac{d^2 y_5^*}{dx_5^{*2}}|_{x_5^*=0}, \quad \frac{d^3 y_4^*}{dx_4^{*3}}|_{x_4^*=0} = \frac{d^3 y_5^*}{dx_5^{*3}}|_{x_5^*=0} \quad (9)$$

$$x_5^* \rightarrow +\infty \text{ 时: } y_5^* \text{ 为有限值} \quad (10)$$

式(3)、(4)中有 k_{3i} 、 k_{2i} 、 k_{1i} 、 k_{0i} ($i=2,4$)、 c_{1i} 、 c_{2i} 、 c_{3i} 、 c_{4i} ($i=1,3,5$)等 20 个未知参数;考虑到 l_2^* 、 l_3^* 、 l_4^* 也是未知的,因此共有 23 个未知参数。式(5)~(10)共提供 21 个边界条件和连续性条件。仔细分析式(5)和式(10)发现,这两个方程实际上等价于四个约束方程,再加上式(6)~(9),正好有 23 个约束方程,可用来确定 23 个未知数。由于用以求未知参数的方程(5)~(10)是非线性方程组,所以需要迭代求解。

在所有未知参数都解出后,就可以得到管线的挠曲线形状 y_1 、 y_2 、 y_3 、 y_4 、 y_5 。进而可以得到每个剖面最外侧纤维的弯曲应力 $\sigma(x)$ 沿管长的分布:

$$\sigma(x) = \frac{EID}{2I} \frac{d^2 y_i}{dx_i^2}$$

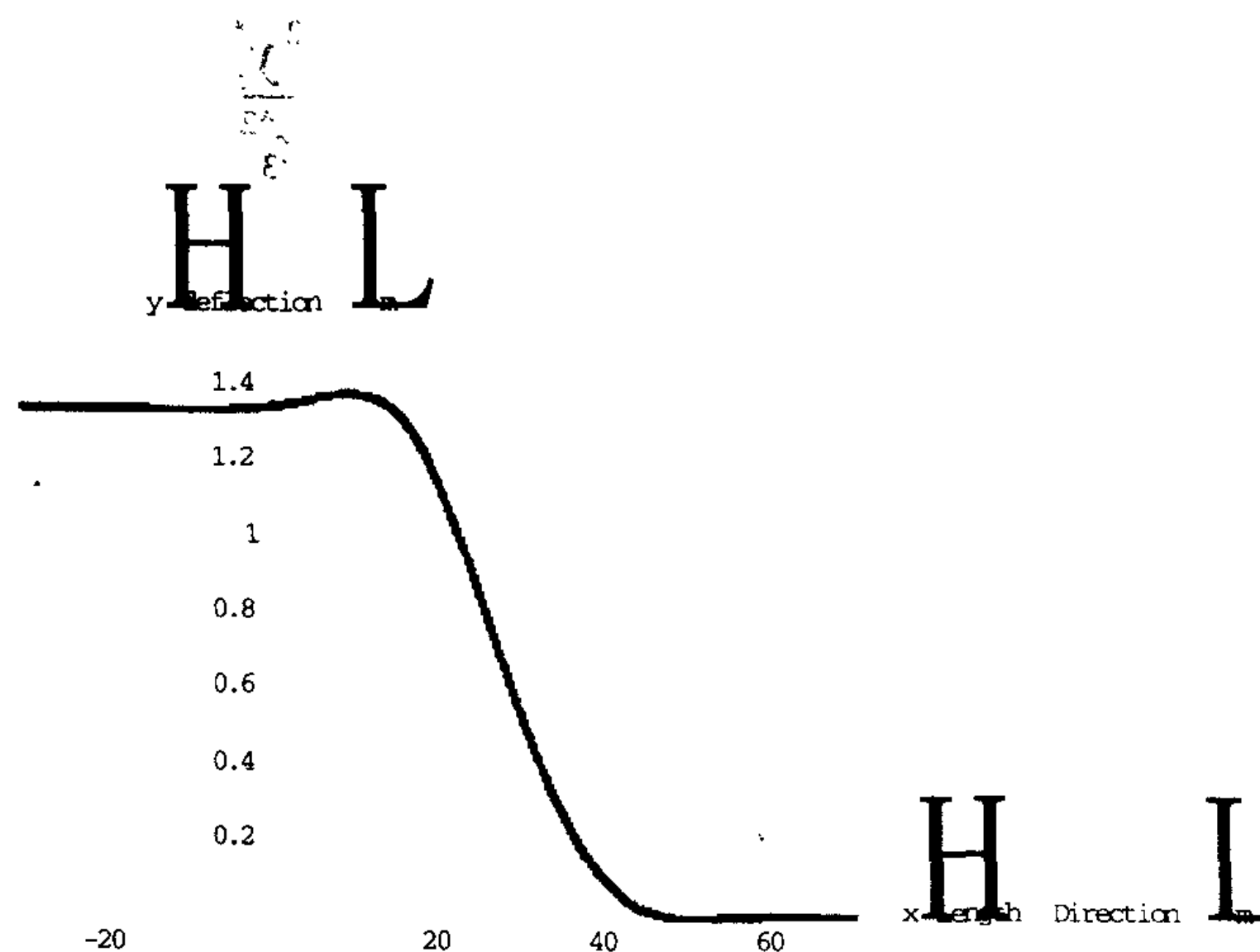
用无量纲量表示则有:

$$\sigma(x^*) = \frac{ED}{2L_c} \frac{d^2 y_i^*}{dx_i^{*2}}$$

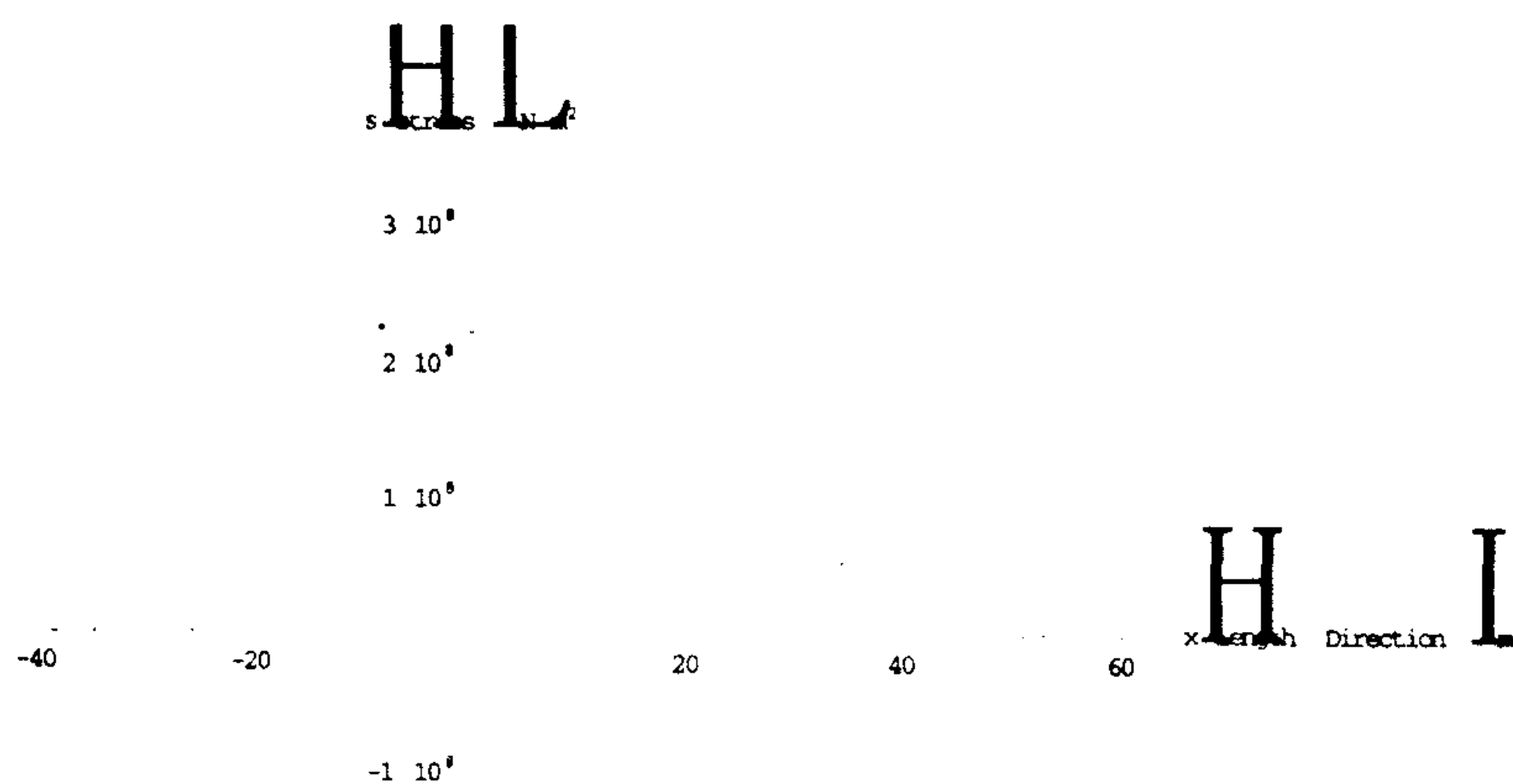
3 算 例

下面给出几个算例。管线的基本参数为: $EI = 6.09 \times 10^7 \text{ Nm}^2$, $w = 3204.16 \text{ N/m}$, $D = 0.4 \text{ m}$, $\delta = 1.34 \text{ m}$, 土基支反力系数 k 取不同的数值(即 α 取不同数值),以观察 k 对挠曲线及应力分布的影响。

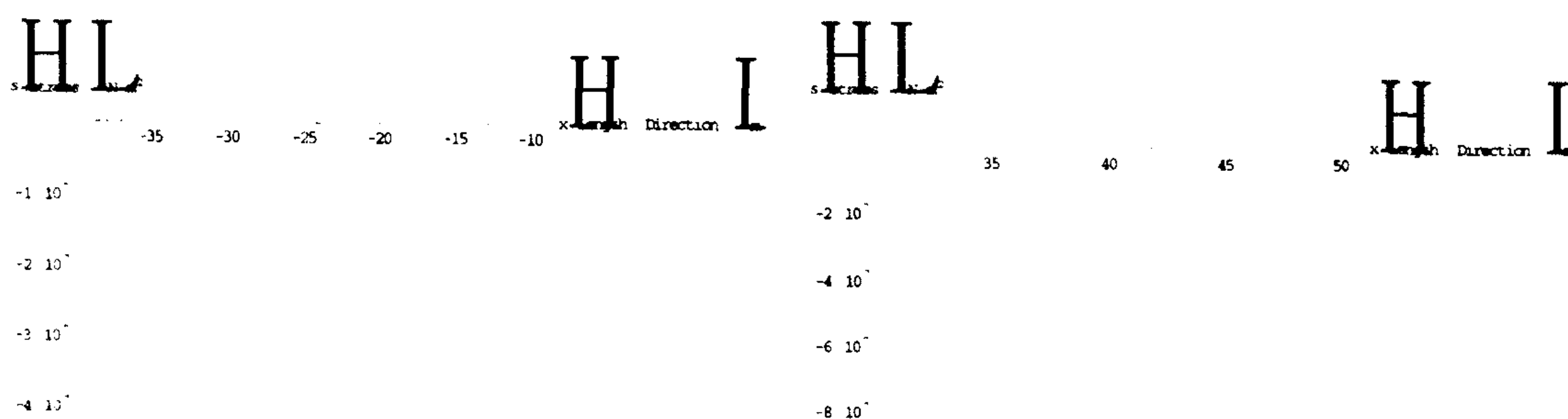
图 2 和图 3 显示的是 $\alpha = 5.55$ 时,某海底不平状态下弹性地基梁(管线)的挠曲线和截面最外侧纤维的应力分布。 $x=0$ 表示台阶处的 A 点。图 2(b)(c)分别显示挠曲线两端的局部放大图;图 3(b)(c)分别显示应力曲线两端的细节放大图。从细节图中可清楚的看出梁两端弹性地基对挠曲线和应力曲线形状的影响。



(a) 挠曲线全图



(a) 最大弯曲应力曲线全图



(b) 最大弯曲应力曲线左端的细节放大图

(c) 最大弯曲应力曲线右端的细节放大图

图3 $\alpha = 5.55$ 时弹性地基梁的最大弯曲应力曲线

图4和图5给出 α 分别取5.55, 9.55, ∞ 时, 弹性地基梁的挠曲线和截面最外侧纤维的应力分布。从图中可以看出: 1) 随着 α 的增大, 台阶上部管线的悬空长度增大, 下部悬空长度减小; 2) 考虑土的弹性后, 最大弯曲应力发生在与台阶接触的那段管线中(即图1c中的AB段)的某点, 而把土当作刚性地基时, 最大弯曲应力在A点; 3) 随着 α 的增大, 管线最大弯曲应力增大, 并且位置向图1c中的A点逐渐靠近, $\alpha \rightarrow \infty$ 时最大弯曲应力发生在A点; 4) $\alpha > 10$ 时, 不同 α 对应的管线挠曲线及弯曲应力分布曲线非常接近。上述结论与只把台阶处土体作为弹性地基、两端作为刚性地基得到的结论完全一样^[3]。

从图2-图5中可看出, 考虑梁两端土体的弹性作用(不作为刚性地基)时, 梁最大应力曲线和挠曲线的形状主要在梁端部的两个区域内发生改变。在那两个区域内, 挠度和应力不再等于零(刚性地基时等于零)。计算结果表明, 这两个区域内非零的量值并不大(相对于两个悬空区域和台阶区域内的值), 而且对其他区域内应力曲线和挠曲线的影响可忽略不计。于是在分析上述问题时, 可以将梁两端的土体作为不变形的刚性体, 只考虑台阶处土体的弹性, 从而可以简化计算。需要指出的是, 在某些情况下(土比较软时), 将台阶处的土体作为弹性体还是必要的, 因为最大应力(设计控

制量)发生在台阶处。

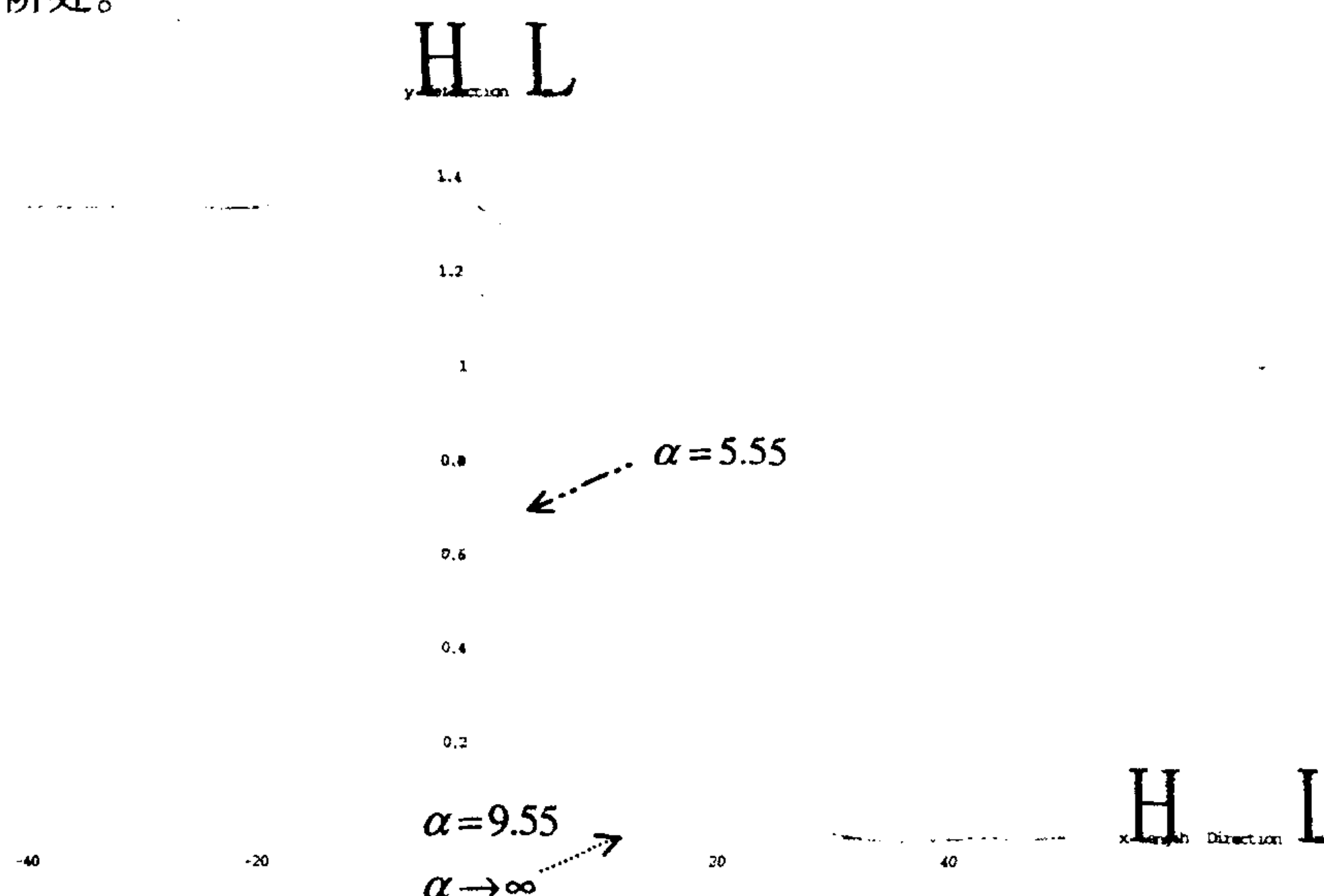


图4 不同土体反力系数情况下弹性地基梁的挠度曲线

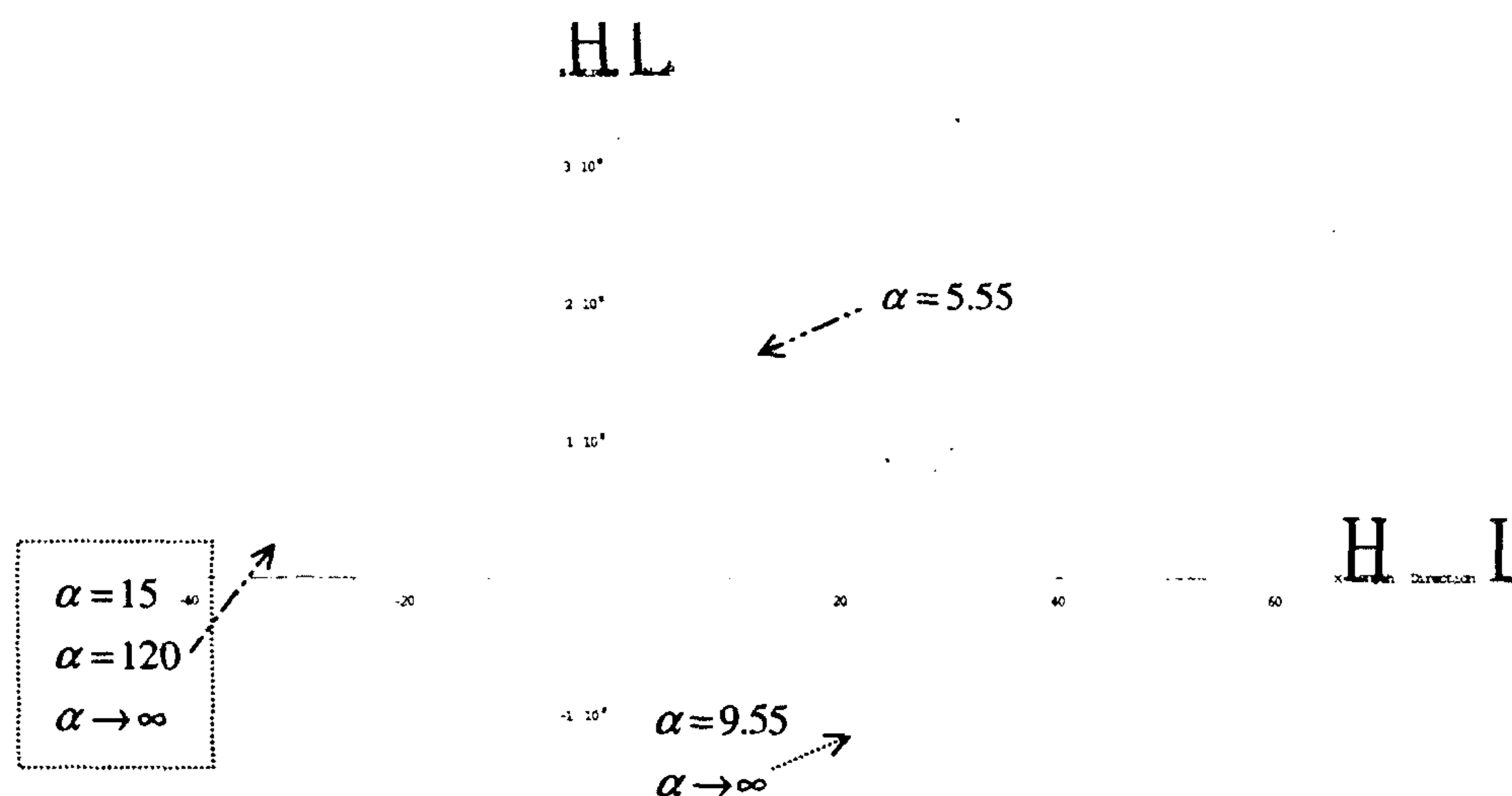


图5 不同土体反力系数情况下弹性地基梁的最大弯曲应力曲线

4 结 论

本文将放置于不平海底的海底管线模型化为动边界弹性地基梁,并对其进行了力学分析。分析时将所有与梁接触的土体都作为弹性地基,研究了土体弹性对梁变形和弯曲应力的影响。结果表明,梁两端土体弹性的影响只在那两段里发生作用(且量值不大),对应力和变形较大的大部分分段影响不大。当只需要计算最大应力时(通常的工程设计就是这样),可以将梁两端的土体作为刚性体,简化分析过程。当土体较软时,台阶处土体的弹性需要考虑。

参 考 文 献

- 1 曾晓辉, 邢静忠, 柳春图, 吴应湘, 多作业状态下近海油气管线的力学分析及软件, 中国造船, 2002, Vol.43, No.4, pp45-54
- 2 曾晓辉, 邢静忠, 柳春图, 吴应湘, 海底管线强度评估中的两个问题, 中国造船, 2002, Vol.43, 增刊, pp180-186

Beam on Elastic Foundation in Offshore Engineering

ZENG Xiao-hui SHEN Xiao-peng

(Division of Engineering Sciences, Institute of Mechanics, Chinese Academy of Sciences)

Abstract

Offshore pipelines are indispensable structures during the marine petroleum exploitation. Safety evaluation should be done during the process of design and inspection. Bottom irregularities, trenching operation, scouring may cause pipeline bending. Then strength analysis on pipeline in such state should be caught out.

To achieve the end, pipeline is modeled as beam supported on elastic foundation. The peculiarity of the problem is, the lengths of suspended part, the length of foundation supporting part of beam are unknown quantities. Then this problem is different from the common one because the boundary is moveable.

作 者 简 介

曾晓辉 男, 1972 年出生, 副研究员。

沈晓鹏 男, 1980 年出生, 硕士研究生。