

有限元计算结果的 应力分类

清华大学航天航空学院

陆明万

一、引言

分析设计要求区分五类应力：

一次总体薄膜应力 P_m

一次局部薄膜应力 P_L

一次弯曲应力 P_b

二次应力 Q

峰值应力 F

一、引言

应力分类的基本思想：

(1) 根据作用和性质：

一次应力是平衡外部机械载荷所需要的，**无自限性**

自限应力是满足变形协调所需要的，**有自限性**

(2) 根据分布和影响范围：

一次应力分为 P_m 、 P_L 、 P_b

自限应力分为 Q 、 F

一、引言

有限元计算结果是总应力：

如何分解出一次、二次、峰值应力

- 首先区分峰值应力 F 和 $P+Q$

等效线性化处理

- 然后再区分 P 和 Q

一次结构法、极限载荷法

- 一旦得到一次总应力 P

不难区分 P_m 、 P_L 和 P_b

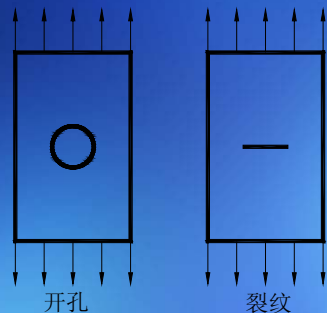
是一种偏保守的应力分类过程：

从找高应力着手，凡找不到的都取偏小的安全系数

二、峰值应力

承压部件：校核线一般沿壁厚方向

一般情况：校核线应沿峰值应力衰减的方向



二、峰值应力

找峰值应力时校核线的选取：

校核线取为沿裂纹扩展方向

一般步骤：

- (1) 找峰值应力点
- (2) 找第一主应力作用面，画云纹图
- (3) 裂纹前沿垂直方向
近似椭圆的短轴方向
- (4) 裂纹扩展最短线方向

三、区分二次应力和一次应力

● 一次结构法基本思想

二次应力与总体结构不连续性有关

约束解除，二次应力消失，出现结构不连续性

若新结构还能承载

消失的应力与平衡外载无关，为二次应力
新结构内为一次（含二次）应力，称一次结构

若还有高应力，继续约束解除

若新结构成可动机构

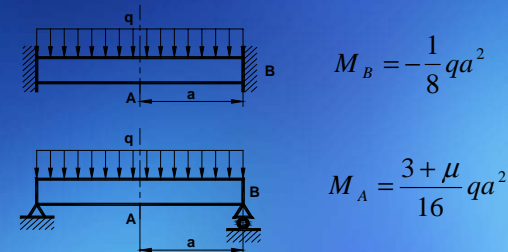
解约前的结构为最终的一次结构

三、区分二次应力和一次应力

● 进一步的思考

约束分类：基本约束、多余约束
有利约束、不利约束

有利约束保留，相应约束反力归入一次应力

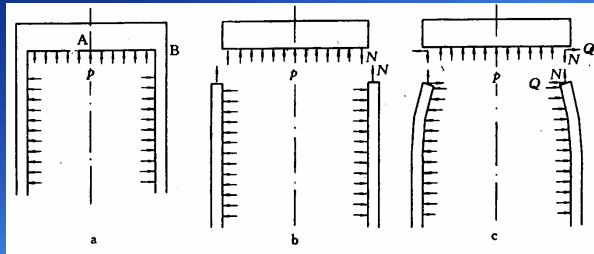


三、区分二次应力和一次应力

● 进一步的思考

一次结构可能有多种：

正如材料力学中超静定问题可能有多种静定基



可以根据工程实际情况选择最优方案

三、区分二次应力和一次应力

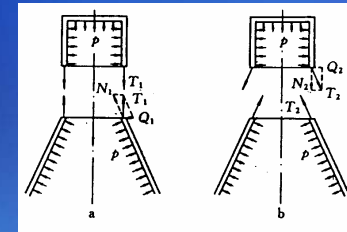
● 进一步的思考

取一次结构时的注意事项：

必须满足平衡条件

不能人为地增加约束

不能成可动机构



一次结构

是原始结构解除不利约束、能承受外载的简化结构

一次结构中的应力都属于一次应力

三、区分二次应力和一次应力

● 一次结构法的实施步骤

(1) 确定薄膜加弯曲应力最大值及其位置

若大于 S_{IV} ，继续找峰值应力
修改设计方案

若小于等于 S_{IV} ，应用一次结构法

S_{IV} 和 S_V 用应力强度范围（循环载荷）

三、区分二次应力和一次应力

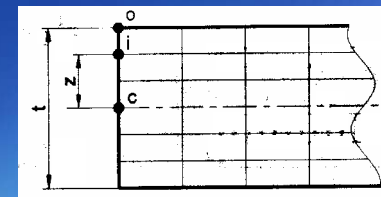
● 一次结构法的实施步骤

(2) 解除导致该最大应力的约束

弯曲应力解除转动约束

变为中面节点处相连、可以相互转动的两个截面

消除虚假应力集中：加载面保持平面的约束方程



$$u_i = (u_o - u_c) \frac{2z}{t};$$

$$v_i = (v_o - v_c) \frac{2z}{t};$$

三、区分二次应力和一次应力

● 一次结构法的实施步骤

若薄膜应力还太大，解除截面上全部约束

不连续处两侧结构完全独立，可以分别计算

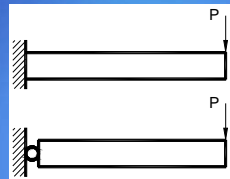
(3) 对解除约束后的新结构进行有限元分析
出现3种情况：

I) 有限元分析无法进行

成可动机构

基本约束不能解除

修改设计方案



三、区分二次应力和一次应力

● 一次结构法的实施步骤

II) 新结构的最大应力强度小于原结构

解除的是不利约束，消失的是二次应力

解除合理，继续找其他二次应力

注意：新结构的最大应力位移转移了

II) 新结构的最大应力强度大于原结构

解除的是有利约束

保留有利约束，消失的可作一次应力

若新结构最大应力大于 S_{III} ，修改设计方案

三、区分二次应力和一次应力

● 一次结构法的实施步骤

(4) 检验新结构中的应力是否满足 S_I ， S_{II} ， S_{III}

若是，评定通过

若否，继续找二次应力，

若只有一次应力，修改设计方案

三、区分二次应力和一次应力

● 一次结构法的实施步骤

用APDL语言编成用户子程序，接入ANSYS软件
让解除约束、对新结构进行计算都自动进行

保守方法：

(1) 验证是二次应力后才提出，否则当一次应力

(2) 转动约束解除后成无矩铰

实际是塑性铰，可以承受塑性极限弯矩

三、区分二次应力和一次应力

● 极限载荷法基本思想

可以用**极限载荷**取安全系数 **1.5** 来**代替**
一次应力强度的两项评定准则

“规定的载荷不超过极限载荷下限的三分之二，
则不需要满足局部薄膜应力强度极限和一次薄膜
加一次弯曲应力强度极限”

等效线性化得到的薄膜加弯曲应力
用**一次加二次应力强度**准则评定
回避了区分一次与二次应力的问题
总体一次薄膜应力很容易判断

三、区分二次应力和一次应力

● 用弹塑性有限元程序计算载荷 - 位移曲线

极限载荷两种解法：

上、下限定理+优化方法：

跳过弹塑性分析，直接求极限载荷的上、下限
尚无通用软件

弹塑性分析方法：

计算弹塑性全过程，增量算法，
软件成熟，如 **ANSYS**

三、区分二次应力和一次应力

● 用弹塑性有限元程序计算载荷 - 位移曲线

加载步长：大了不收敛，小量费时

第一步：小载荷，弹性计算

第二步：直接加的弹性极限

第三步：载荷增量 $\Delta P \leq 0.1 \left(\frac{\sigma_b - \sigma_s}{\sigma_s} \right) P_E$

以后：由迭代收敛情况决定

初 **3**；中 **5**；后 **10** 能收敛就可以
否则增量减半

三、区分二次应力和一次应力

● 用弹塑性有限元程序计算载荷 - 位移曲线

检查弹性计算正确性：

弹性计算是检查有限元建模正确性的**必经之路**

弹性计算不对，后面计算毫无意义

结束条件：载荷 - 位移曲线趋于直线
最后会无法收敛

三、区分二次应力和一次应力

● 确定极限载荷

画载荷 - 位移 (应变) 曲线;

一般选最大位移 (应变) 点

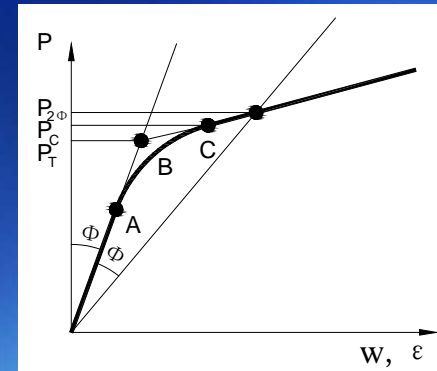
确定极限载荷的工程方法:

ASME: 两倍弹性斜率法, 与曲线特性有关

欧共体: 双切线交点法, 偏保守

三、区分二次应力和一次应力

● 确定极限载荷



两倍弹性斜率

双切线法

零曲率法

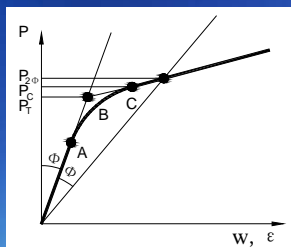
三、区分二次应力和一次应力

● 零曲率法

膝部反映了塑性铰的形成过程

切线表示已经进入总体塑性流动

临界点C (塑性段最早零曲率点) 对应极限载荷



逐步地计算载荷 - 位移曲线的斜率, 若前后两步斜率之差小于 $10^{-3} \sim 10^{-4}$ 就达到了零曲率点

四、应力云纹图

应力云图直观显示了应力分布的大量信息

有利于了解结构内部的受力状态

合理选择校核线的位置和方向

应力云图只显示了应力分布信息

不能判断应力的性质 (如自限性)

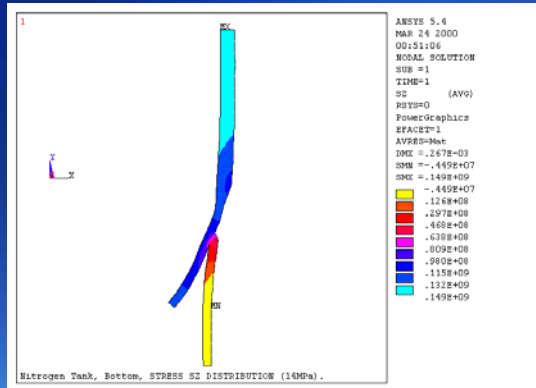
应力云图和变形图

是审核应力分析结果正确性的重要依据

为选择校核线位置时

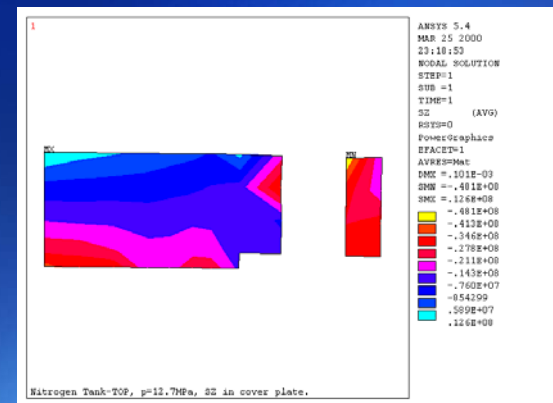
建议画主应力图

四、应力云纹图



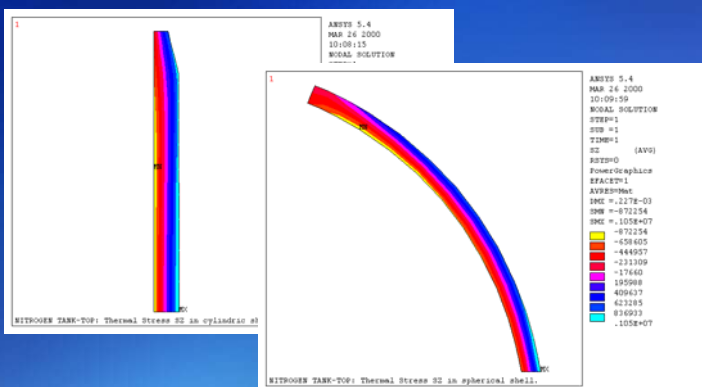
总体薄膜应力

四、应力云纹图



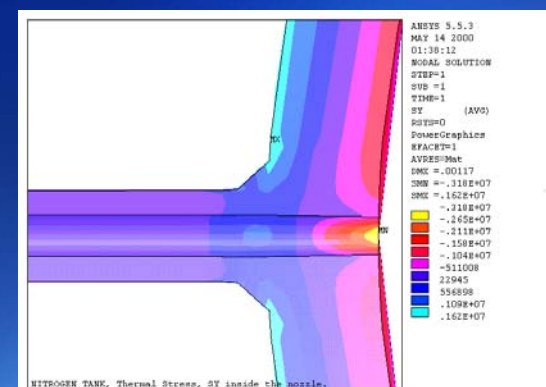
平盖弯曲应力

四、应力云纹图



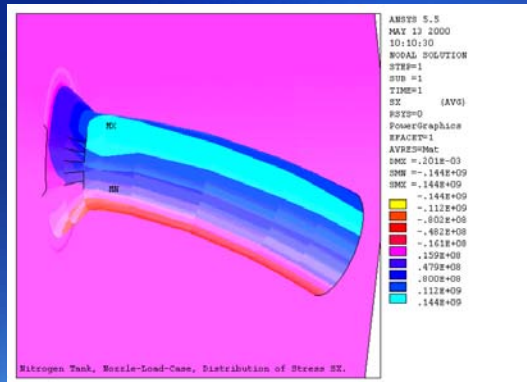
弯曲热应力

四、应力云纹图



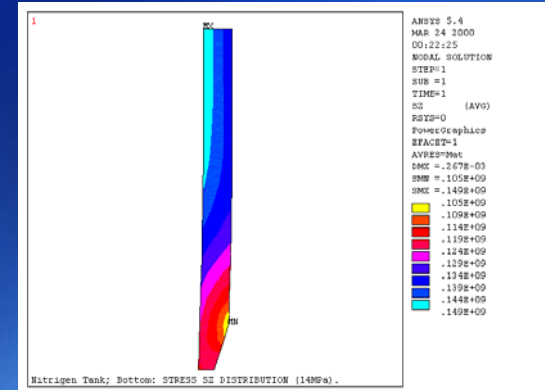
弯曲热应力

四、应力云纹图



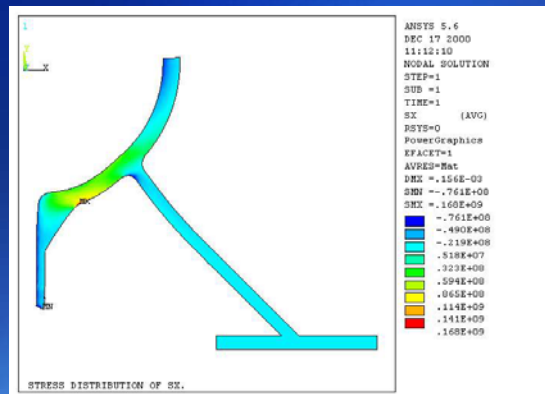
管的整体弯曲应力

四、应力云纹图



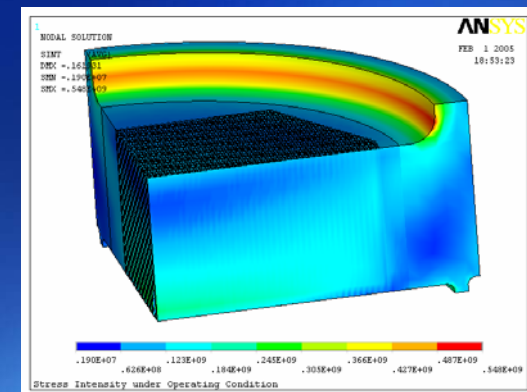
局部薄膜加弯曲应力

四、应力云纹图



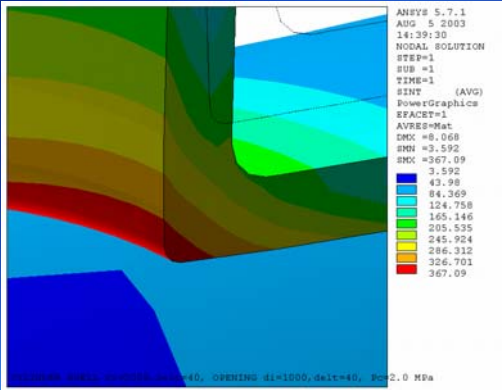
峰值应力

四、应力云纹图



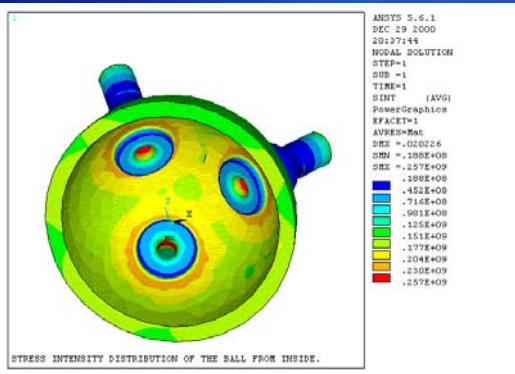
峰值应力

四、应力云纹图



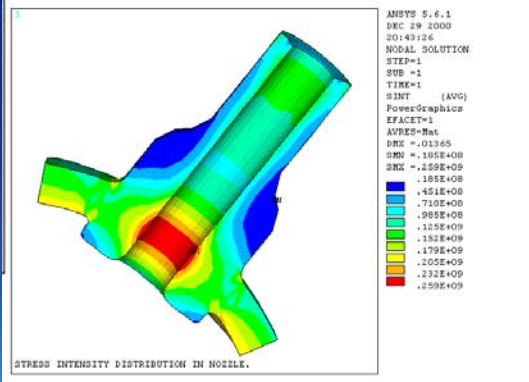
开孔接管

四、应力云纹图



厚壳接管

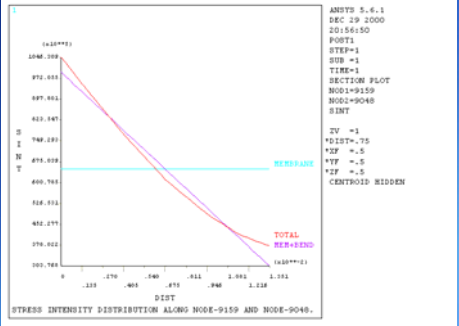
四、应力云纹图



厚壳接管

五、等效线性化处理的修正

- 常用处理方法
- 先对6个应力分量线性化，再计算应力强度

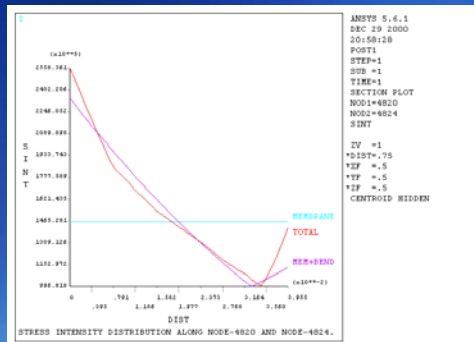


正常情况

五、等效线性化处理的修正

● 常用处理方法

“线性化”的应力强度线却是折线或曲线

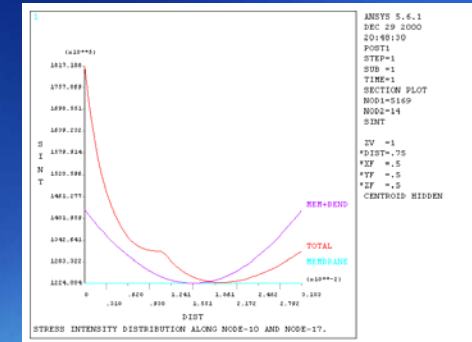


薄膜偏下
弯曲折线

五、等效线性化处理的修正

● 常用处理方法

“线性化”的应力强度线却是折线或曲线



成曲线

五、等效线性化处理的修正

● 常用处理方法

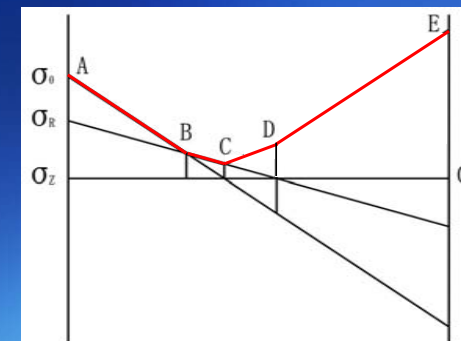
分析原因:

- (1) 应力强度恒正，线性分布负应力部分，
应力强度线上翻，两侧斜率应对称
- (2) 最大、最小主应力更换，
导致线性段的斜率分段更改

五、等效线性化处理的修正

● 常用处理方法

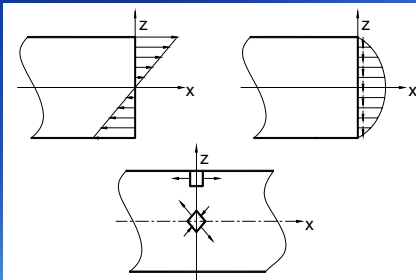
最大、最小主应力更换



五、等效线性化处理的修正

(3) 横向剪应力的干扰，导致曲线分布

材料力学、板壳理论：薄膜、弯曲应力线性分布
横剪应力抛物线分布



两步强度校核：

表面：薄膜加弯曲

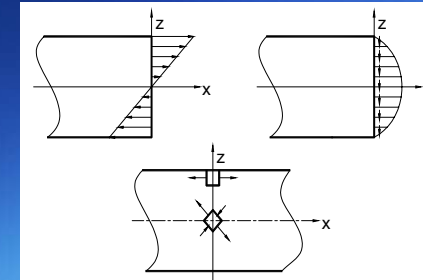
中面：横剪加薄膜

五、等效线性化处理的修正

横剪应力线性化后成均布应力，后果是：

表面出现虚假的剪应力，影响 $P_L + P_b$ 、 $P + Q$ 评定

导致主方向逐渐旋转，形成曲线



五、等效线性化处理的修正

● 修正处理方法

(1) 不管 $\tau_{\theta z}$, τ_{xz} (z 沿中面法线或校核线)
求主应力，在中面内。

(2) 对主应力作等效线性化处理、应力分类，
对表面应力作应力评定

(3) 对中面作横剪应力加薄膜应力评定，
用一次弯曲评定准则 $1.5S_m$

谢谢

2005年8月