起重机额定载荷曲线的研究

林贵瑜，杨建伟

（东北大学　机械工程与自动化学院，辽宁　沈阳　110004）

［摘要］　以某大型液压履带起重机主臂工况载荷表中的数据为研究对象，对该载荷表进行数据拟合，并对拟合曲线方程进行误差分析及检验该方程的可信度，得出最佳的起重机额定载荷曲线，为后续工作中的预测与实时控制创造有利条件。

［关键词］　起重机；回归分析；载荷表

［中图分类号］TH213.7　　［文献标识码］B　　［文章编号］1001-554X(2010)08-0084-03

Establishment rated load curve of crane

LIN Gui-yu，YANG Jian-wei

起重机载荷特性一般以两种形式描述：（1）以载荷特性表给出吊重与作业半径的关系。这种形式的优点是直观、易查找吊重与作业半径的关系；但是查找 2 个作业半径之间的吊重需要插值，给使用者带来不便。（2）以载荷特性曲线形式给出，可以确定任意作业半径处的吊重，便于实时在线控制和预测作业半径。

1　散点图的建立

以某 160t 履带起重机载荷表（见表 1）为例，根据表中的数据作出额定起重量 y 和作业半径 x 的散点图，如图 1 所示。

表 1　主臂长度为 36m 时的起重量

作业半径 x/m	9	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
起重量 y/t	76.1	69.8	53.8	43.5	36.3	31.2	27.1	23.7	22.3	19.4	17.5	16.1

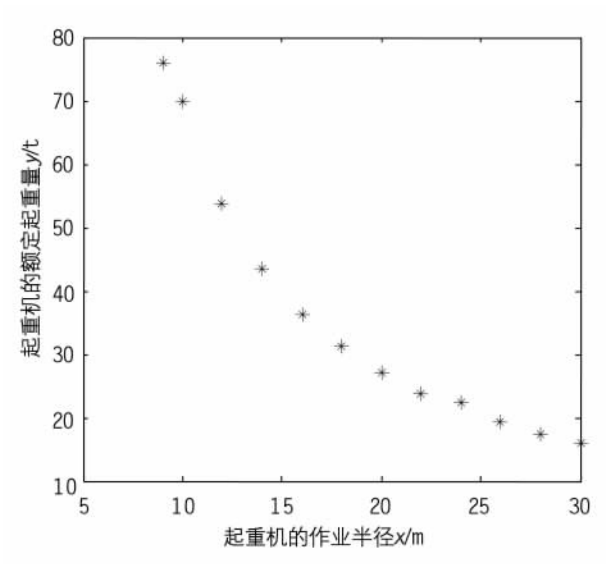

图 1　起重量与作业半径的散点图

2　回归分析及曲线选择

2.1　拟合函数类型的选择

根据散点图的状态，本文采用 6 种函数进行额定起重量与作业半径的回归分析：

（1）倒幂函数（$y_1 = a + b/x$）

（2）倒指数函数（$y_2 = a\mathrm{e}^{bx^{-1}}$）

（3）幂函数（$y_3 = ax^b$）

（4）多项式（$y_4 = ax^3 - bx^2 + cx + d$）

（5）对数函数（$y_5 = a - b\ln x$）

（6）指数函数（$y_6 = \mathrm{e}^{ax+b}$）

分别对样本点的数据进行拟合，得出各条曲线的方程，如表 2 所示。

［收稿日期］2010-05-13

［通讯地址］林贵瑜，沈阳市东北大学机械学院 319 信箱

2.2　最小二乘法及误差分析

最小二乘法从几何意义上就是寻求与给定点（x_i，y_i）的距离平方和为最小的曲线 $y=p(x)$。假定给定样本数据点（x_i，y_i），R 为所有次数不超过 n（$n \le m$）的多项式构成的函数类，求函数 $p_n(x)=\sum_{k=0}^{n} a_k x^k \in R$，得

$$I=\sum_{k=0}^{m}\left[p_n(x_i)-y_i\right]^2=\sum_{i=0}^{m}\left(\sum_{k=0}^{m} a_k x_i^k-y_i\right)^2=\min \tag{1}$$

在 matlab 程序中引用 matlab 库函数 a = lsqcurvefit（'daomi'，[1，2]，x，y）；a'，分别求得对数函数、幂函数、三次多项式、指数函数和倒幂函数的各个系数，从而求得各个具体的函数表达式。

误差分析采用均方误差，定义为各测量值误差的平方和平均值的平方根。设 n 个计算值的误差为 ε_1、ε_2……ε_n，则这组计算值的标准误差 ϕ 等于

$$\phi=\sqrt{\frac{\varepsilon_1^2+\varepsilon_2^2+\cdots\cdots+\varepsilon_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\sum \varepsilon_i^2}{n}} \tag{2}$$

其中 $\varepsilon_n=\dfrac{y_i-\bar{y}_i}{\bar{y}_i}$；

y_i——拟合曲线计算值；

$\bar{y}_i$——样本值。

根据求得的函数表达式，求各个点处的计算值，进行误差分析。各个函数及其误差如表 2 所示，得出倒幂函数误差最小，并求得倒幂函数各点误差如表 3 所示。

表 2　曲线方程与均方误差

序号	函数名	$9 \leqslant x \leqslant 30$ 的函数方程/t	误差/%
1	倒幂函数	$y_1=-9.51+755.2x^{-1}$	3.16
2	倒指数函数	$y_2=11.8872e^{16.4747x^{-1}}$	14.73
3	幂函数	$y_3=1151x^{-1.2}$	14.16
4	三次多项式	$y_4=0.0115x^3-0.5969x^2+6.3147x+49.888$	17.07
5	对数函数	$y_5=175.1553-47.7308\ln x$	13.56
6	指数函数	$y_6=e^{-0.083x+5.04}$	7.86

表 3　各函数计算值与样本值比较　　t

X/m	$\bar{y}_i(x)$	$y_1(x_i)$	倒幂函数单点误差	$y_2(x_i)$	$y_3(x_i)$	$y_4(x_i)$	$y_5(x_i)$	$y_6(x_i)$
9	76.1	75.41	2.2%	74.14	82.41	66.75	70.28	73.19
10	69.8	67.02	5.4%	61.74	72.62	64.85	65.25	67.35
12	53.8	53.43	0.7%	46.92	58.35	59.58	56.55	57.05
14	43.5	44.43	2.1%	38.56	48.50	52.86	49.19	48.32
16	36.3	37.69	3.8%	33.29	41.32	45.22	42.82	40.94
18	31.2	32.44	3.9%	29.69	35.87	37.23	37.20	34.67
20	27.1	28.25	4.2%	27.09	31.61	29.42	32.17	29.37
22	23.7	24.82	4.7%	25.14	28.20	22.36	27.62	24.88
24	22.3	21.96	1.5%	23.62	25.40	16.60	23.46	21.07
26	19.4	19.53	0.7%	22.40	23.07	12.69	19.64	17.85
28	17.5	17.46	0.2%	21.41	21.11	11.18	16.11	15.11
30	16.1	15.66	2.7%	20.59	19.43	12.62	12.82	12.8

将 6 种函数所得的拟合函数曲线画在同一个图中，如图 2 所示，可以直观地看出倒幂函数是最佳的拟合曲线。

2.3　检验回归方程的可靠性

由图 2 和误差分析可得出倒幂函数是最佳回归曲线，对倒幂函数采用统计检验方法检验，检验其曲线方程是否可靠。

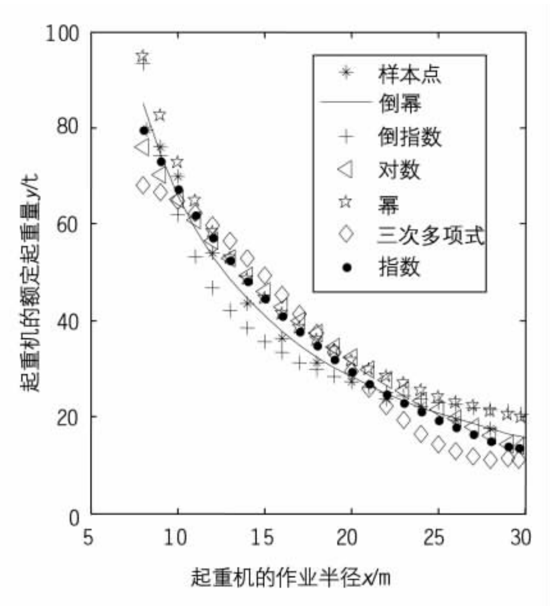

图 2　起重量 y 与作业半径 x 曲线图

（1）判定系数验证法。

判定系数也叫可决系数，它的平方根称为相关系数。它是由回归变差中的比重表示的，R^2 越接近 1，回归曲线拟合度越好，即

$$R^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\bar{y})^2}{(y_i-\bar{y})^2} \tag{3}$$

式中 $\bar{y}$ 为样本均值，$\bar{y}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\bar{y}_i}{n}=36.4$。

则　$R^2=\sum_{i=1}^{n}\frac{(y_i-\bar{y})^2}{(y_i-\bar{y})^2}=\frac{359.5}{381.4}=0.943$

额定起重量 y 有 95％是由作业半径 x 引起，其他因素的影响（包括模型的设定误差）只占 5％，所以倒幂函数拟合优度很好。

（2）剩余标准偏差验证法。

剩余标准偏差也叫估计标准误差，它是指总变差中反映由随机因素影响而使 y 产生变动的部分，即剩余变差除以自由度（n－1）的平方根计算得到。

$$S_{yx}=\sqrt{\frac{\sum(\bar{y}_i-y_i)^2}{n-1}} \tag{4}$$

标准误差是反映一组测量数据离散程度的统计指标，是指统计结果在某一个时段内误差上下波动的幅度。剩余标准偏差越小，说明总变差中受随机因素影响越小，各样本值与预测值的误差越小，则回归方程配合得越佳。

$$S_{yx}=\sqrt{\frac{\sum(\bar{y}_i-y_i)^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{359.5}{11}}=5.72$$

说明倒幂函数回归方程配合良好。

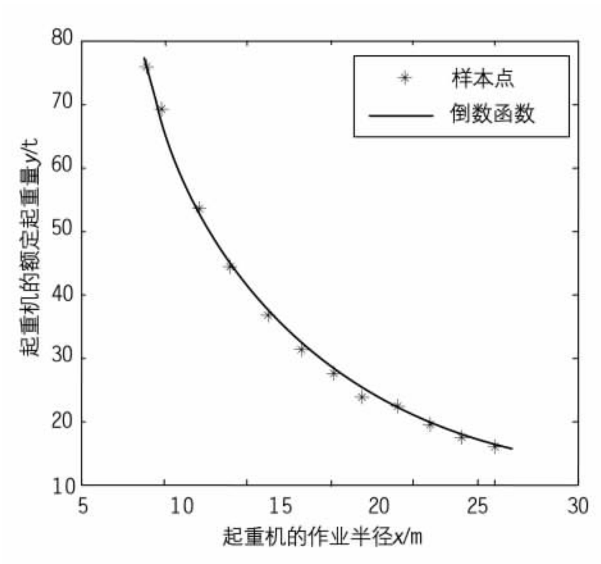

图 3　最佳倒幂函数曲线拟合图

3　结论

通过对拟合曲线的误差分析，可以得出倒幂函数的均方误差最小，所得的回归曲线经过判定系数法以及剩余标准偏差验证法的检验，曲线的拟合度良好。所以当主臂长度为 36m 时，额定起重量与作业半径的最佳拟合曲线为倒幂函数，如图 3 所示，曲线方程为

$$y=-9.51+755.2x^{-1}$$

［参考文献］

［1］胡宗武，顾迪民．起重机设计计算［M］．北京：科学技术出版社，1987．
［2］于振伟．履带起重机总体参数确定及臂架设计原理研究［D］．沈阳：东北大学机械工程与自动化学院，2008．
［3］P． Venkataraman． Applied Optimization With Matlab Programming［M］． Wiley－Interscience，2001． 12．
［4］郑阿奇．MATLAB 实用教程［M］．北京：电子工业出版社，2008．
［5］郑翠华，郭凤霞．关于优选回归方程的几种方法［J］．辽宁税专学报，1996，（02）：13．