

非线性海啸传播方程的数值分析¹

朱元清¹, 宋治平¹, 王本龙², 刘桦², 薛艳³, 温燕玲¹, 刘双庆¹

(1. 上海市地震局, 上海, 200062; 2. 上海交通大学, 上海, 200240;

3. 中国地震台网中心, 北京, 100036)

摘 要

针对海啸在进入浅水大陆架后的非线性传播问题, 对线性波浪理论与非线性的 Boussinesq 方程进行了分析。首先验证了利用传递函数的方法计算海啸波浪形态的过程及数值模型; 基于线性理论的假定, 通过对时间的 Fourier 变换和对空间的 Laplace 变换, 推导出由海底地形变化到海面波浪形态的传递函数, 并检验了程序的正确性; 在计算非光滑阶梯状模型的同时, 建立了海底光滑变形的模型, 并分别用线性理论和非线性的 Boussinesq 方程两种方法计算, 二者结果符合良好, 表明这两种方法对于海底非光滑变形和光滑变形都是有效的。

关键词: 地震海啸; 浅水大陆架; 非线性波; Boussinesq 方程。

引言

随着近年来太平洋、印度洋和亚欧板块地质运动的活跃, 地震及地震激发的海啸成为威胁周边海岸带众多自然灾害之一。如 2004 年 12 月 26 日印尼苏门答腊大地震激发的印度洋海啸造成超过 20 万人口的死亡, 是近年来损失最为严重的自然灾害之一。海啸是一种具有强大破坏力的海浪。这种波浪运动引发的狂涛骇浪, 波涛澎湃, 它卷起的海涛, 波高可达数十米, 内含极大的能量, 冲上陆地后所向披靡, 往往对生命和财产造成严重损害。

由于太平洋周边为地震和火山活动的活跃带, 因此全球地震海啸中, 太平洋占 90%。1900 年以来, 太平洋周边地区共发生 400 多次海啸地震, 其中 8 级以上地震就有 50 多次, 而最频繁、最严重的地区是西太平洋地区, 包括日本列岛、琉球群岛、台湾岛、菲列宾群岛、马鲁古群岛和苏拉威西岛等(Hatori^[1])。特别是琉球群岛西部的冲绳海沟海水深达 4000 米, 在海沟内侧、岛弧和靠近岛弧的陆地沿海的浅源地震常常具有与岛弧平行的逆断层机制特征, 地震带存在着发生可产生海啸的巨震地质背景。

我国有漫长的海岸线, 冲绳海沟地震激发海啸是中国东南沿海(特别是长三角地区)潜在的海洋灾害之一。在 1900~2000 年间中国东部海域 6 级以上地震频繁, 集中在琉球群岛海沟至日本俯冲带及附近地区, 海沟与大陆架过渡地带地形变化显著, 考虑海沟地带海底变形激发海啸是一项重要的应用基础性研究课题, 对我国东南沿海防灾和减灾具有明确的应用前景和现实意义。

从全球海啸理论、实验和模拟的著名专家 Lachaume^[2], Biaisser^[3], Grilli^[4,5],

¹ 国家自然科学基金(40576022)及地震科学联合基金(106078)项目资助

Fochesato^[6], Guyenne^[7] 近年发表的一些文章表明, 为了提高海啸预报的准确率目前对海啸研究的热点关键问题是非线性波在浅水海域的行为特征、三维数值模拟、海底摩擦和湍流、海啸波浪波能的聚焦和耗散以及浅水波的实验等。经典海啸理论被广泛用于线性理论研究, 此时假设海浪振幅远远小于当地的水深和海啸波的波长 (Benjamin^[8], Okal^[9], Satake^[10])。针对线性模型和平底问题, Todorovska^[11, 12]和Hayir^[13] 研究了不同海底变形概化模型激发的海啸初始形态, 并讨论了水深、海底变形幅度、范围等因素对海啸强度的影响, 为研究非线性作用和沿变化地形传播的海啸形成过程建立了坚实的基础。

王本龙^[14]采用Madsen^[15]建议的速度量改写了Wu^[16]将Euler 方程在自由表面和底面的投影方程, 可以方便地考虑由底面动边界引起的大范围非线性色散波浪传播问题, 也就是说, 研究海啸在浅水大陆架传播过程的首要问题是研究传播方程的非线性问题。因此, 本文主要对海啸传播过程中的线性与非线性方程进行对比分析, 从而确定适合研究浅水大陆架海啸传播过程的基本传播方程。

1 海啸线性传播过程研究

针对持续时间较长的地震, 将海底地形变化通过求解Cauchy-Poisson问题由空间域的Fourier变换和时间域的Laplace变换得到水面变化和海底变化的关系, 即海底地形变化与表面波间的传递函数。这一方法由Hammack^[17]提出, Todorovska^[11, 12]和Hayir^[13]针对线性模型和平底问题, 研究了不同海底变形概化模型激发的海啸初始形态, 并讨论了水深、海底变形幅度、范围等因素对海啸强度的影响。

1.1 基本线性传播方程

在流体区域D中, 底边界为 S_b , 自由水面边界为 S_f , 左右两侧均为无界水域, 即 $-\infty < x < \infty$ 。水域在初始时刻处于静止状态, 底面和自由表面的坐标分别定义为 $y = -h$ 和 $y = 0$, 水深为 h 。从初始时刻 $t = 0$ 开始底面有一个微小的波动 $y = -h + \zeta(x; t)$ 且 $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \zeta(x; t) = 0$, 由此引起的水面波动设为 $y = \eta(x; t)$ 。这里假设流体无粘、无旋, 存在速度势 $\varphi = \varphi(x, y; t)$, 满足拉普拉斯方程 (Hammack^[17])。

$$\nabla^2 \varphi(x, y; t) = 0 \quad (1)$$

水面和底面线性化后的边界条件为:

$$\varphi_y(x, y; t) - \eta_t(x; t) = 0 \quad y = \eta(x; t) \text{ 时} \quad (2)$$

$$\varphi_y(x, y; t) - \zeta_t(x; t) = 0 \quad y = -h + \zeta(x; t) \text{ 时} \quad (3)$$

$$\varphi_t(x, y; t) + g\eta(x; t) = 0 \quad y = \eta(x; t) \text{ 时} \quad (4)$$

其中(2)和(4)可以合成为一个自由水面的边界条件:

$$\varphi_u(x, y; t) + g\varphi_y(x, y; t) = 0 \quad y = \eta(x; t) \quad (5)$$

水面的波动为:

$$\bar{\eta}(k; s) = \frac{s^2}{(s^2 + \omega^2) \cosh kh} \bar{\zeta}(k; s) \quad (6)$$

$$\text{其中,} \quad \omega^2 = gk \tanh kh \quad (7)$$

式(6)即为无界的平底海域中海底地形变化与表面波间的传递函数。其中 ω 为圆频率, k 为波数, h 为水深。利用该传递函数由海底地形变化求解海面波浪的方法为: 首先将海底地形变化 $\zeta(x; t)$ 通过 Fourier 和 Laplace 变换得到 $\bar{\zeta}(k; s)$; 然后利用传递函数(6)由 $\bar{\zeta}(k; s)$ 计算出水面变形 $\bar{\eta}(k; s)$; 最后将 $\bar{\eta}(k; s)$ 进行 Fourier 和 Laplace 逆变换得到 $\eta(x; t)$ 。

在利用该方法进行计算的过程中, Fourier 和 Laplace 变换以及 Laplace 逆变换都可以用解析的方法进行计算, Fourier 逆变换用快速傅立叶变换(FFT)求解。

Todorovska^[11,12]和Hayir^[13]针对线性模型和平底问题, 研究了不同海底变形概化模型激发的海啸初始形态。这些概化模型主要是海底阶梯状的变形。选取两种他们所提出的模型, 来检验我们所编写程序的正确性。

1.2 模型 1.B 的检验

模型 1.B 表示海底变形的简化模型(图 1), 该模型表示的是从初始时刻 $t=0$, 海底变形从 $x=0$ 处开始向两边扩展。在 x 正方向, 凸起的前端以 c_R 的速度向 x 正方向运动, 凹陷的前端也就是凸起的后端以 c_C 的速度向 x 正方向运动, 而在 x 的负方向的

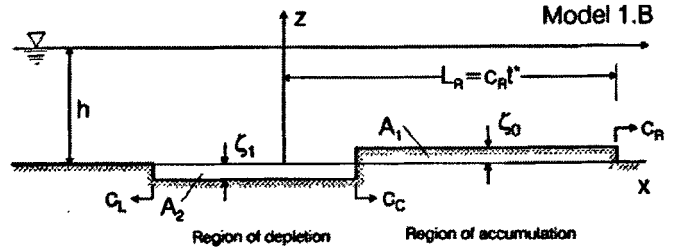


图 1 $t=t^*$ 时刻模型 1.B 示意图

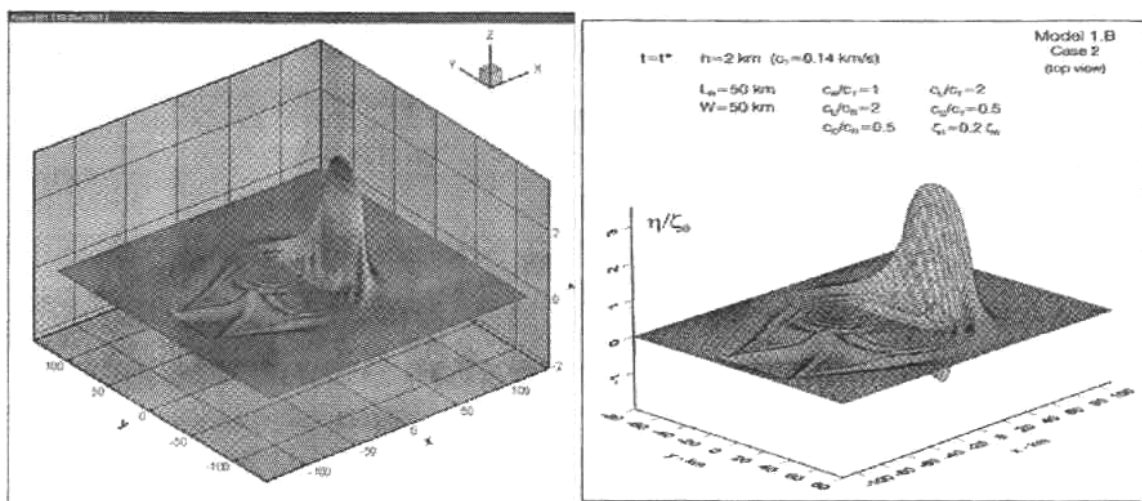
凹陷以 c_L 的速度向 x 负方向运动。在该模型中只有 $c_R > c_C$ 时才有意义, 并且假设质量守恒, 即突起和凹陷的体积相等 $A_1 = A_2$ 。模型的特征长度为 $L_R = c_R t^*$, 从计算的角度考虑, 这一模型等价于三个简单的断层运动的叠加(Todorovska^[11]), 第一个断层运动幅值为 ζ_0 , 从 $x=0$ 开始以速度 c_R 向 x 正方向传播; 第二个幅值为 $-(\zeta_0 + \zeta_1)$, 从 $x=0$ 开始以速度 c_C 向 x 正方向传播, 要求 $c_C < c_R$; 第三个幅值为 $-\zeta_1$ 从 $x=0$ 开始以速度 c_L 向 x 负方向传播。由此 $\zeta(x, y; t)$ 可以表示成如下形式:

$$\zeta(x, y; t) = \zeta^{(I)}(x, y; t) + \zeta^{(II)}(x, y; t) + \zeta^{(III)}(x, y; t) \quad (8)$$

$$\zeta^{(I)} = \zeta_0 H(t - x/c_R), \quad 0 \leq x \leq c_R t^* = L_R, -W/2 \leq y \leq W/2 \quad (9a)$$

$$\zeta^{(III)} = -(\zeta_0 + \zeta_1) H(t - x/c_C), \quad 0 \leq x \leq c_C t^*, -W/2 \leq y \leq W/2 \quad (9b)$$

$$\zeta^{(III)} = -\zeta_1 H(t - x'/c_L), \quad x' = -x, 0 \leq x' \leq c_L t^*, -W/2 \leq y \leq W/2 \quad (9c)$$



(a) 本文的计算结果

(b) Trifunac 等人^[18]的计算结果图2 当 $c_R = c_T$ 时, 模型 1.B 计算结果的对比

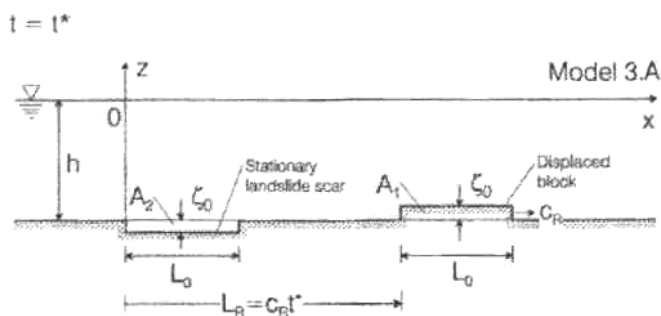
假设水深 $h = 2\text{km}$, $c_T = \sqrt{gh} = 0.14\text{km/s}$, $L_R = 50\text{km}$, $W = 50\text{km}$, $\zeta_1 = 0.2\zeta_0$ 。纵坐标表示海啸波振幅与海底地震振幅之比, 即 η/ζ_0 。计算了模型 1.B 在 $c_R = 20c_T$, $c_R = c_T$, $c_R = 0.5c_T$ 三种情况下, 本文结果与 Trifunac^[18] 结果的比较。

从图2中可以观察到, 无论是从波浪的形态还是波高上来看, 本文的计算结果与参考文献中的计算结果是符合的比较好的, 从而验证了作者程序对于这一类阶梯状海底变形情况的正确性。

此外, 当 $c_R = 20c_T$ 时, 本文计算结果显示海啸波浪形态与海底变形的形态非常相似, 其海啸波浪近似于阶梯状, 且波峰和波谷的高度比和宽度比与海底阶梯状变形的特征很接近。而当 $c_R = c_T$, $c_R = 0.5c_T$ 时, 波浪形态则不能看出与海底变形有相似的形状。这是由于 $c_R = 20c_T$, 也就是海底变形的速度比较大, 变形发生的时间较短; 而 $c_R = c_T$ 与 $c_R = 0.5c_T$ 时, 海底变形的速度则较小, 变形发生的时间较长。因此验证了对于持续时间较短的海底变形所激发的海啸, 理论研究中普遍将地形变化直接作为水面变化处理这一做法的正确性。

1.3 模型 3.A 的检验

模型 3.A 表示了海底变形的另一种简化模型(图3), 该模型表示的是从 $t=0$ 时刻, 海底变形从 $x=0$ 处开始向 x 正方向扩

图3 $t = t^*$ 时刻模型 3.A 示意图

展, 其中包括凹陷部分以 c_R 的速度从 $x=0$ 处开始向 x 正方向扩展, 凸起的部分以 c_R 的速度

从 $x = L_0$ 处开始向 x 正方向扩展, 当凹陷部分的前端到达 $x = L_0$ 处时, 凹陷部分和凸起部分的长度均停止增长。接着凹陷部分静止不动, 凸起部分作为一个刚体向 x 正方向滑动, 当此刚体的后边缘位于 $L_R = c_R t^*$ 处时, 整个系统停止运动。在整个模型中质量守恒, L_R 为特征长度, t^* 为特征时间。

海底地形变化 $\zeta(x, y; t)$ 可以表示成如下形式:

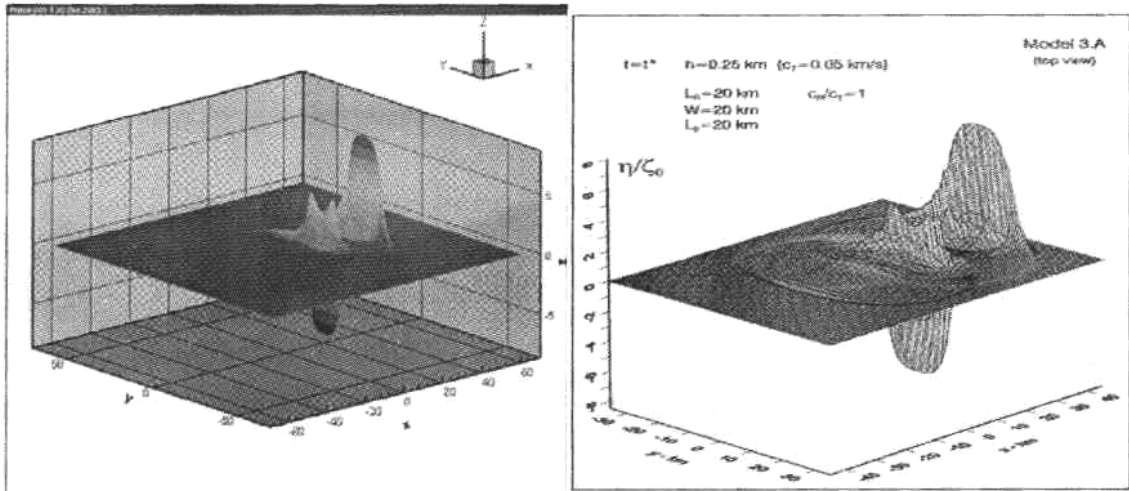
$$\zeta(x, y; t) = \zeta^{(I)}(x, y; t) + \zeta^{(II)}(x, y; t) \quad (10)$$

$$\zeta^{(I)} = \zeta_0 H(t - x'/c_R), \quad x' = x - L_0, \quad 0 \leq x' \leq c_R t^*, \quad -W/2 \leq y \leq W/2 \quad (11a)$$

$$\zeta^{(II)} = -\zeta_0 H(t - x/c_R), \quad 0 \leq x \leq c_R t^*, \quad -W/2 \leq y \leq W/2 \quad (11b)$$

假设 $h = 0.25 \text{ km}$ ($c_T = 0.05 \text{ km/s}$), $c_R = c_T$, $L_0 = 20 \text{ km}$, $W = 20 \text{ km}$, $L_R = 20 \text{ km}$ 。

对于模型 3.A (图 3), 本文的计算结果与参考文献^[18]中的计算结果是符合的也比较好 (图 4), 由此验证了我们所编写的程序是正确的。



(a) 本文的计算结果

(b) Trifunac等人^[18]的计算结果

图 4 当 $c_R = c_T$ 时, 模型 3.A 计算结果的对比

2 用 Boussinesq 方程模拟海啸的生成与传播

2.1 Boussinesq 方程简介

Boussinesq 方程是由法国物理学家 Boussinesq 于 1872 年提出的描述水波运动的近似方程

$$\frac{\partial u^b}{\partial t} + u^b \frac{\partial u^b}{\partial x} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{1}{2} h^2 \frac{\partial^3 u^b}{\partial x^2 \partial t} \quad (12)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [(h + \zeta) u^b] = \frac{1}{6} h^3 \frac{\partial^3 u^b}{\partial x^3} \quad (13)$$

该类型的方程属于弱非线性弱色散性的水波方程。经过大量科学家不断地研究和改进,逐渐涌现出许多类型的 Boussinesq 模型,包括适用于一维平底问题,二维缓变地形以及弱色散性完全非线性的波浪模型。这使 Boussinesq 类方程成为模拟波浪在浅水中折射、反射、散射及浅化等过程的一种有效的方法。

王本龙^[14]从欧拉方程出发,改写了将控制方程向自由表面进行投影的方法,得到自由表面动力学边界条件的一种新形式。

在无旋且不可压的流体中,自由表面运动学边界条件和动力学边界条件分别为:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \tilde{w} + (\tilde{\mathbf{V}} - \tilde{w} \nabla \zeta) \cdot \nabla \zeta = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \tilde{\mathbf{V}}}{\partial t} + g \nabla \zeta + \frac{1}{2} \nabla [\tilde{\mathbf{V}} \cdot \tilde{\mathbf{V}} - \tilde{w}^2 (1 + \nabla \zeta \cdot \nabla \zeta)] = 0 \quad (15)$$

其中, $\tilde{\mathbf{V}}$ 为辅助速度变量,由下式表示:

$$\tilde{\mathbf{V}} \equiv \nabla \phi(x, y, \zeta(x, y, t), t) = \tilde{\mathbf{u}} + \tilde{w} \nabla \zeta \quad (16)$$

底面边界条件为:

$$w_b + \mathbf{u}_b \cdot \nabla h = 0 \quad (17)$$

求解 Laplace 方程,可得到以速度变量表达的精确解:

$$\mathbf{u}(x, y, z; t) = \cos(z \nabla) \mathbf{u}_0 + \sin(z \nabla) w_0 \quad (18)$$

$$w(x, y, z; t) = \cos(z \nabla) w_0 + \sin(z \nabla) \mathbf{u}_0 \quad (19)$$

其中水平速度变量 $\mathbf{u} = \nabla \phi$, 垂向速度 $w = \phi_z$ 。

\mathbf{u}_0 和 w_0 分别表示静水面 $z = 0$ 处的速度,用 \mathbf{u}_0 和 w_0 表达自由水面速度和底面边界速度,如下:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \cos(\zeta \nabla) \mathbf{u}_0 + \sin(\zeta \nabla) w_0 \quad (20a)$$

$$\tilde{w} = \cos(\zeta \nabla) w_0 - \sin(\zeta \nabla) \mathbf{u}_0 \quad (20b)$$

$$\mathbf{u}_b = \cos(h \nabla) \mathbf{u}_0 - \sin(h \nabla) w_0 \quad (20c)$$

$$w_b = \cos(h \nabla) w_0 + \sin(h \nabla) \mathbf{u}_0 \quad (20d)$$

由方程 (14) ~ (19) 和 (20a) ~ (20d) 构成的封闭的控制方程组称为高阶 Boussinesq 波浪模型的基本形式。

本文中计算所采用的 Boussinesq 波浪模型,是王本龙^[14]给出的以任意水深处速度为基本未知量的级数形式表达的速度场,来是控制方程封闭的方法。基本速度变量采用半水深处的速度 $\hat{\mathbf{u}}$ 和 \hat{w} , 得到无穷级数形式的速度场表达式:

$$\mathbf{u}(x, y, z; t) = \cos((z - \hat{z}) \nabla) \hat{\mathbf{u}} + \sin((z - \hat{z}) \nabla) \hat{w} + \Gamma_u \nabla \hat{z} \quad (21a)$$

$$w(x, y, z; t) = \cos((z - \hat{z})\nabla)\hat{w} - \sin((z - \hat{z})\nabla)\hat{u} + \Gamma_w \cdot \nabla \hat{z} \quad (21b)$$

其中:

$$\Gamma_u = (z - \hat{z})[\cos((z - \hat{z})\nabla) \cdot \hat{u} + \sin((z - \hat{z})\nabla)\hat{w}] \quad (22a)$$

$$\Gamma_w = (z - \hat{z})[\cos((z - \hat{z})\nabla)\hat{w} - \sin((z - \hat{z})\nabla)\nabla \cdot \hat{u}] \quad (22b)$$

2.2 线性方程与 Boussinesq 方程的比较

对于海啸传播的线性方程是用线性化的边界条件来描述水波的运动, 而 Boussinesq 方程是基于非线性的自由表面边界条件, 对于波浪非线性特征是完备的。针对海底变形为 $\zeta = \zeta_0 \sin(0.1t) \sin(x - \pi)$ 的模型, 其中 $-\pi \leq x \leq \pi$, $0 < t \leq 10\pi$, 分别用基于线性理论的传递函数的方法与基于非线性的 Boussinesq 水波模型来模拟该问题。

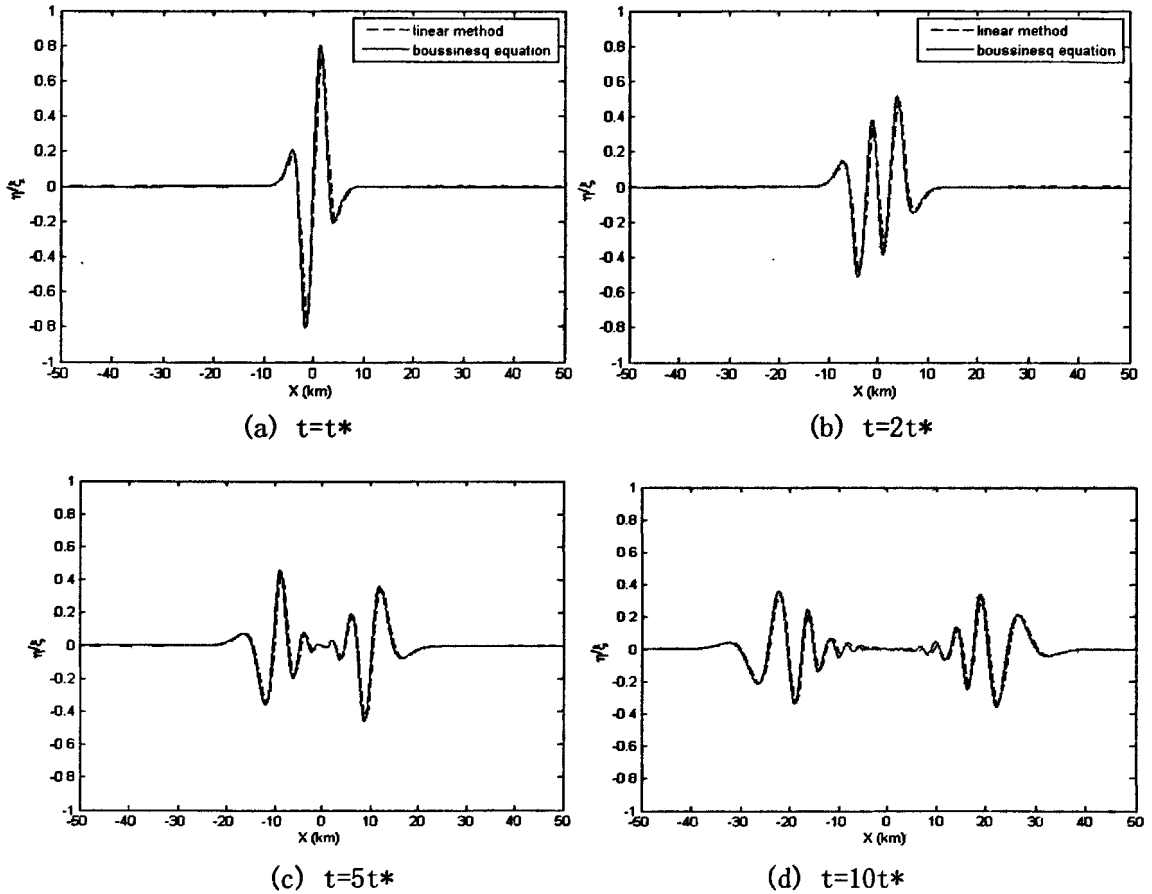


图5 用传递函数的方法和 Boussinesq 方程得到的在不同时刻的水面波浪形态

从图 5(a)-(d)所示的是在平底情况下海底地形变化激发的海面波浪形态的变化过程, 其中 t^* 是海底地形停止变化的时刻, 即 $t^* = 10\pi$ 。其中虚线表示用传递函数的方法求解得到的海面波浪形态, 实线表示的是用 Boussinesq 方程计算出的海面波浪形态, 从图中可以看出, 用这两种方法计算出的结果符合的非常好。

3 Boussinesq 传播过程的模型计算

大多数海底地震的形式都是海底错位,这是由于地球板块的水平运动引起的。当两个处于同一地层的海底板块相遇且相互碰撞时,它们之间的挤压力极大,两板块的接触带就会挤压变形,一个板块的边缘隆起,另一个板块的边缘凹陷,这样便形成了一个海底地形的错位。

3.1 海底滑移

研究海底变形在竖直方向上没有起伏变化,只有水平位移的海底变形情况。图 6a 的模型表示一个半椭圆形块体以一定的速度在水平方向上滑移的情况。

$$\zeta(x,t) = \zeta_0 \cos^2(x+Ut)\pi/L \quad (-L/2 \leq x+Ut \leq L/2) \quad (23)$$

这一模型表示的是一个中心位于 $x=D$ 处的半椭圆块体,从 $t=0$ 时刻开始以速度 U 向 x 负方向运动, $t=t^*$ 时刻停止运动(图 6a)。下面计算该模型产生的海面波浪形态。其中下面的物理量均取无量纲参数,重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$,水深 $h=1\text{m}$,半椭圆块体水平方向长度 $L=1\text{m}$,运动速度 $U=1\text{m/s}$,块体中心的初始位置 $D=128\text{km}$,运动时间 $t^*=100\text{s}$ 。经过计算,得到块体运动到 $t=t^*$ 时刻,海面波浪的形态(图 6b)。

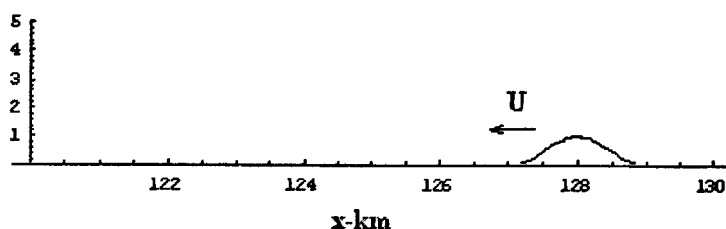


图 6a 海底块体的滑移

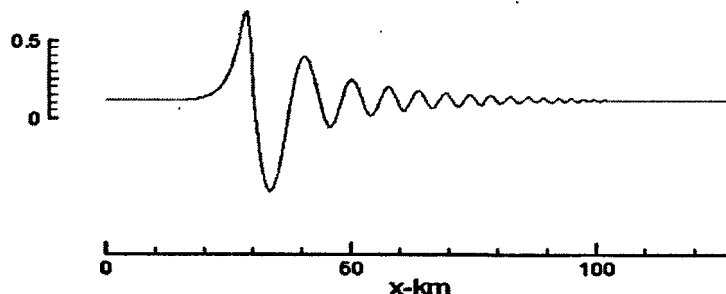


图 6b $t=t^*$ 时海面波浪形态

3.2 海底错位

计算了海底变形左右无延伸,只有竖直起伏的情况。根据海底地形错位的上述特征,首先选用一正弦曲线来模拟海底地形的变化,变化函数为 $\zeta = \zeta_0 \sin(mt) \sin(x-\pi)$, 其中 $-\pi \leq x \leq \pi$, $0 < t \leq \pi/m$ 。该模型是一海底断层错位的地震简化模型。地震发生的范围是 6.28km ,从 $t=0$ 时刻开始,错位发生,其断面形式是一正弦曲线,该正弦曲线的幅值随时间也成正弦变化,时间 t 从 0 增长到 $\frac{\pi/m}{2}$ 期间,地震断面幅值从 0 增加到 ζ_0 ; 时间 t 从 $\frac{\pi/m}{2}$ 增长到 π 期间,地震断面幅值再由 ζ_0 减小到 0。当 $t = \pi/m$ 时错位停止。图 7 为

$t = \frac{\pi/m}{2}$ 时地震断面的形状。

分别取 $m = 0.01, 0.1$ 和 1 这些值, 也就是表示该海底错位发生的快慢不同, 当 m 取 0.01 时代表海底错位从隆起到恢复原状要经历较长的时间, 约 314 秒。而当 m 取 0.1 时代表与上面相同的海底错位, 其变形速度要比上述情况快 10 倍, 经历的时间也是上述运动的 $1/10$, 约 31.4 秒。对于 $m = 1$ 的情况, 同样的运动, 其变形速度更快, 整个海底变形过程只需要约 3.14 秒。分别计算这三种情况下, 海面波浪的形态。图 2-9. 至图 2-11. 分别表示水深 2m 的情况下, $t < t^*$ 和 $t > t^*$ 时海面波浪形态随时间的变化情况。

从图 8 中可以看到, 对于 $m = 0.01$ 的情况, 海底错位变形的速度很慢, 激发海面波浪的波高很小, 波高和海底错位的振幅之比只有 0.01 的数量级。并且可以观察到在海底开始发生形变的很短的时间内, 激发出的波浪就开始分解成向两个相反方向传播的波列, 且这两列波的振幅变化不明显。观察这两列波浪可以发现, 向左传播的波浪的前端首先出现一个波峰, 接下来是个

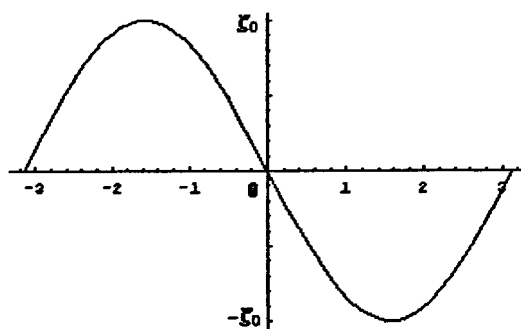


图 7 海底断层错位简化断面图

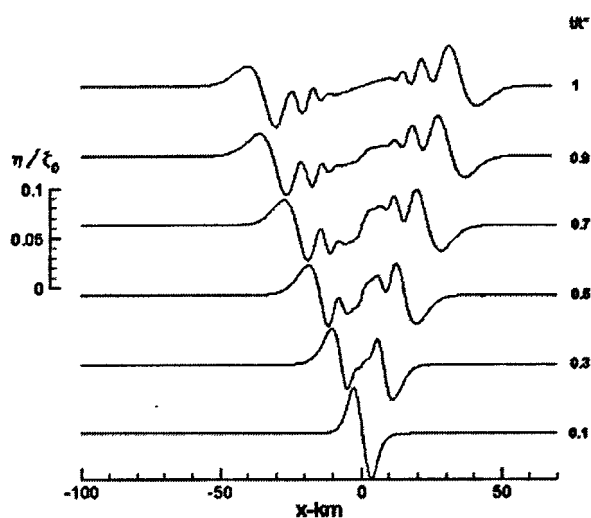


图 8 $m = 0.01$ 时海底错位激发的海啸波

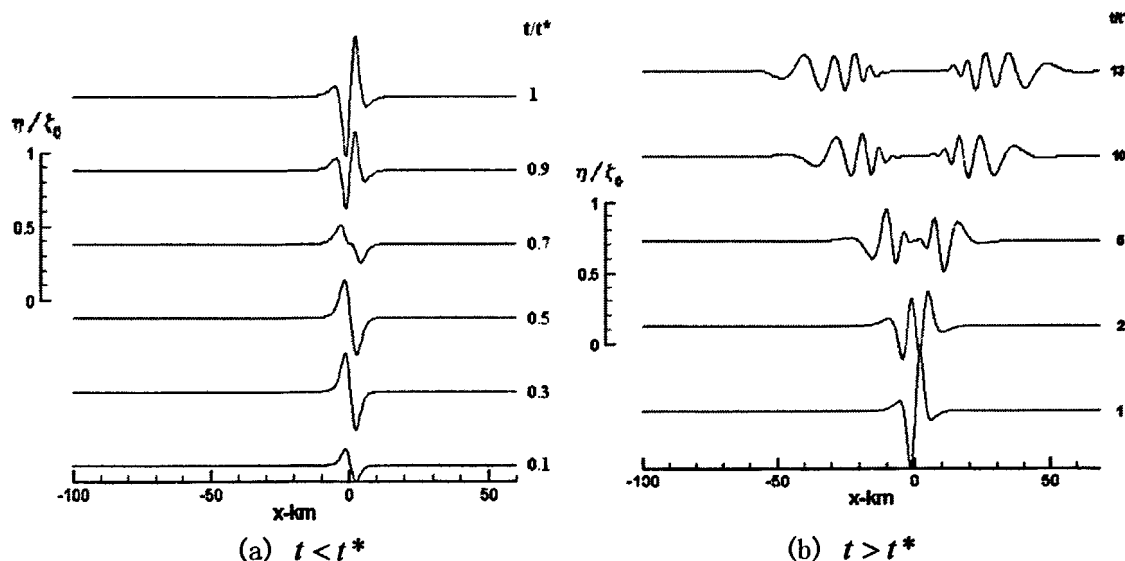


图 9 $m = 0.1$ 时海底错位激发的海啸波

较大的波谷；而向右传播的波浪的前端首先是一个波谷，接下来是一个较大的波峰。这两中形态的波浪都叫做 N-wave。N-wave 是在近岸和远海地震激发海啸中广泛存在的一种波浪形态。

如图 9 所示，对于 $m=0.1$ 的情况时，海底错位变形的速度较上述情况稍快一些，激发的海面波浪波高较大，接近 1 的数量级，在 $t=t^*$ 时波高达到最大，波浪在海底地震停止后开始分解成两列波，并向两个相反方向传播。如图 10 为 $m=1$ 的情况时的海啸传播特征。

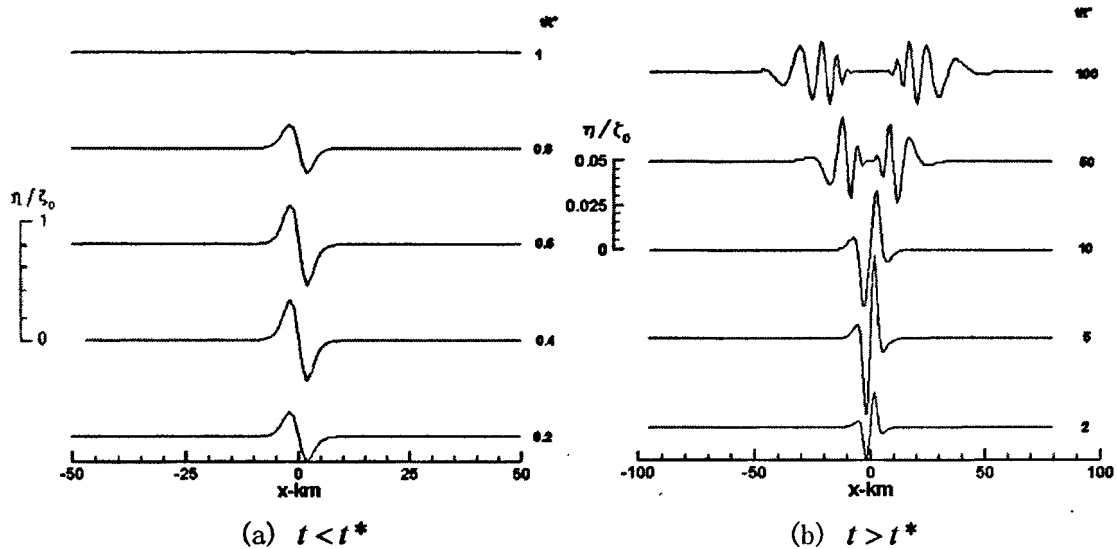


图 10 $m=1$ 时海底错位激发的海啸波

由此可见，以上算例展示了持续时间不同的海底变形。在空间上，其发生地震的范围是相同的，但在时间上，它们分别为持续时间较长、适中和较短三种情况。可以看出，持续时间较长的错位，由于其变形速度非常慢，因此对波浪的激发不强烈，海面波浪的波高很小。而对于变形持续时间适中的情况，海底变形可以激发较大的波浪，且分解后的两个波列的波高也比较大。对于持续时间较短的海底变形来说，其水面变形和海底变形非常近似，因此，对于这种情况可以直接用，海底变形来近似作为水面变形处理。

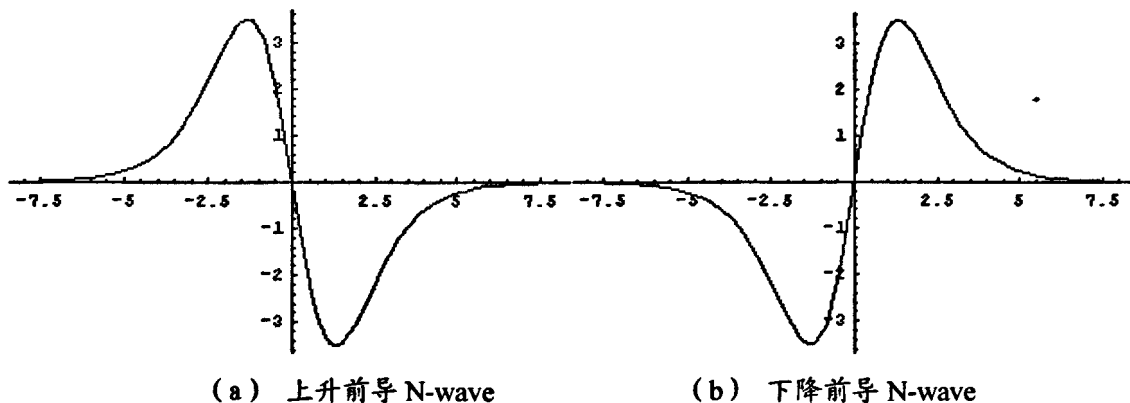


图 11 海啸在向两个方向传播的 N-wave

上述两种情况均由海底地形在垂向上的上升与下降引起的,最后形成的是分别向两个方向传播的 N-wave (图 11)。

海底地震激发的这种 N-wave 曾在多次地震海啸如 Flores Indonesia [Dec. 12, 1992]; Okushiri, Japan [July. 7, 1993]; East Java, Indonesia [Jun. 6, 1994]; Kuril Islands, Russia [Oct. 9, 1995]; Manzanillo, Mexico [Oct. 9, 1995] 以及 Sumatra, Indonesia [Dec. 26, 2004] 中观察到^[19,20]。在海啸发生时,曾有目击者观察到开始时海水先是后退,海岸线几乎后退了半公里,几分钟后海水开始回升,接着海水再次后撤,海面再次升高。印尼苏门达腊岛强烈地震激发的海啸向四周传播,波及多个国家,在不同海啸受灾区曾出现过上升前导 N-wave 和下降前导 N-wave,图 11 恰好能解释这一现象。

4 结果与讨论

为了研究海啸在进入浅水大陆架后的非线性传播问题,以上对线性波浪理论与非线性的 Boussinesq 方程进行了分析,从而确定适合研究浅水大陆架海啸传播过程的基本传播方程。

(1) 基于线性波浪理论和简化的数值模型,对海底滑坡和坍塌引起的海啸的研究。首先验证了利用传递函数的方法计算海啸波浪形态的过程及数值模型。基于线性理论的假定,通过对时间的 Fourier 变换和对空间的 Laplace 变换,推导出由海底地形变化到海面波浪形态的传递函数。计算了海底变形引起的海啸二维运动典型数值模型。

(2) 在计算非光滑阶梯状模型的同时,为了验证该方法是否适用于海底的光滑变形,建立了海底光滑变形的模型,并分别用线性理论和非线性的 Boussinesq 方程两种方法计算,二者结果符合良好。表明这两种方法对于海底非光滑变形和光滑变形都是有效的。

(3) 应用 Boussinesq 方程计算了海底变形在竖直方向上没有起伏变化只有水平位移的海底变形情况与水平无延伸只有竖直起伏的情况,并分析了由海底地形引起的海啸向两个方向传播的 N-wave 的特点。

参考文献

- [1] Hatori T. Dimensions and geographic distribution of tsunami sources near Japan. Bull Earthq Res Inst, Tokyo Univ 1969;47:185-214.
- [2] Lachaume, C., Biaisser, B., Grilli, S.T., et al. Modeling of breaking and post-breaking waves on slopes by coupling of BEM and VOF methods. In Proc. 13th Offshore and Polar Engng. Conf. (ISOPE03, Honolulu, USA, May 2003), 2003;353-359.
- [3] Biaisser B., S.T. Grilli, Fraunie P. et al. Numerical analysis of the internal kinematics and dynamics of three-dimensional breaking waves on slopes. Intl. J. Offshore and Polar Engng., 2004; 14(4), 247-256.
- [4] Grilli, S.T., Voropayev, S., Testik, F.Y. et al, Numerical Modeling and Experiments of Wave Shoaling over Buried Cylinders in Sandy Bottom. In Proc. 13th Offshore and Polar Engng. Conf. (ISOPE03, Honolulu, USA, May 2003), 2003;405-412

- [5] Grilli, S.T., Gilbert, R., Lubin, P., et al. Numerical modeling and experiments for solitary wave shoaling and breaking over a sloping beach. In Proc. 14th Offshore and Polar Engng. Conf. (ISOPE04, Toulon, France, May 2004), 2004;306-312.
- [6] Fochesato C., Dias F. and Grilli S.T. Wave Energy Focusing in a Three-dimensional Numerical Wavetank. In Proc. Rogue Waves 2004 Conf. (Brest, France, June 2004), (in press).
- [7] Guyenne, P. and Grilli, S.T Numerical study of three-dimensional overturning waves in shallow water. J. Fluid Mechanics (re-submitted).2005
- [8] Benjamin TB, Bona JL, Mahony JJ. Model equations for long waves in nonlinear dispersive systems. Phil Trans Roy Soc 1972;272:47-78.
- [9] Okal EA. Mode-wave equivalence and other asymptotic problems in tsunami theory. Phys Earth Plan Int 1982;30:1-11.
- [10] Satake K. Linear and nonlinear computations of the 1992 Nicaragua earthquake tsunami. Pure and Applied Geophysics 1995;144(3/4):455-90.
- [11] Todorovska, M.I., Trifunac, M.D. Generation of tsunamis by a slowly spreading uplift of the sea floor. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2001;21:151-167
- [12] Todorovska, M.I., Hayir A., Trifunac, M.D. A note on tsunami amplitudes above submarine slides and slumps. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 2002;22:129-141
- [13] Hayir, A. Ocean depth effects on tsunami amplitudes used in source models in linearized shallow-water wave theory. Ocean Engineering 2004;31:353-361
- [14] 王本龙, 基于高阶 Boussinesq 方程的海岸破波带数学模型研究。博士论文, 上海交通大学, 2005.
- [15] Madsen, P.A., Bingham, H.B. and Liu, H. A new Boussinesq method for fully nonlinear waves from shallow to deep water. J.Fluid Mech. 2002;462:1-30
- [16] Wu, T.Y. A unified theory for modeling water waves. Advances in Applied Mechanics. 2001;37:1-88
- [17] Hammack J. A note on tsunamis: their generation and propagation in an ocean of uniform depth. J Fluid Mech 1973;60(4):769-799.
- [18] Trifunac, M.D., Hayir A.,Todorovska, M.I., A note on tsunami caused by submarine slides and slumps spreading in one dimension with nonuniform displacement amplitudes. Soil Dyn Earthquake Engng 2002; 23: 223-234.
- [19] Srinivas Tadepali, Costas Emmanuel Synolakis, Model for the Leading Waves of Tsunamis, Physical Review Letters, 1996, 77,10 :2141-2144.
- [20] Zygmunt Kowalik, William Knight, Tom Logan and Paul Whitmore, The Tsunami of 26 December, 2004: Numerical Modeling and Energy Considerations, Pure and Applied Geophysics, 164, 2-3: 379-393.

Numerical analysis of nonlinear equation of Tsunami propagation

ZHU Yuan-qing¹, SONG Zhi-ping¹, WANG Ben-long², LIU Hua², XUE Yan³, WEN Yanling¹,
LIU Shuang-qing¹

Abstract

To study nonlinear equation of tsunami propagation reaching the continental shelf shallow-water area, we've analyzed both the linear theory and the nonlinear Boussinesq equation. Firstly, we verified the method of calculating the tsunamis shaping process and its numerical model by using the transfer function. On the basis of linear theory, this method derived the transfer function for the process from the seafloor landslide to the sea-surface wave form based on the governing equation and the boundary condition by conducting the Fourier transform and the Laplace transform and taking two dimensional kinematic model of the simplified seafloor landslide as the numerical model for calculation. Secondly, we established the seafloor smooth-deformation model in order to find out whether this method can be used in the situation of seafloor smooth deformation after calculating the non-smooth step model. We've undertaken calculation by utilizing both the linear theory and the nonlinear Boussinesq equation. Two results are well conformed to each other, showing the two methods are effective for both the seafloor non-smooth deformation and the smooth deformation.