

传统浅水型和 Boussinesq 型方程模拟海啸传播过程准确性的研究

詹杰民^{1,3}, 董志^{1,3}, 李毓湘², 周锦添², 韦永康²

¹中山大学应用力学与工程系

²香港理工大学土木及结构工程系

³广东省近岸海洋工程重点实验室

摘要: 本研究采用高阶精度差分法, 求解能模拟海啸传播过程的浅水型和 Boussinesq 型方程。在时间层次上采用了高精度预报—校正方法, 而在空间层次上则采用高阶精度差分法, 特别地, 在处理 Boussinesq 型方程时对加速度分量采用了线迭代的交错格式, 给出的方法准确和稳定, 有效地避免了数值误差和不稳定性的影响。为了研究浅水型和 Boussinesq 型方程在模拟海啸的传播与发展过程方面的不同特点, 本研究采用一维模型进行研究。数值模拟结果表明, 传统的非线性浅水型方程可以准确模拟海啸在深海的传播, 而 Boussinesq 型方程能更好地刻画海啸在近岸的演变规律。

关键词: 浅水型方程, Boussinesq 型方程, 海啸传播

1 引言

2004 年 12 月 26 号, 印度洋海啸(IOT)造成了超过 28 万 3 千人死亡^[1], 震惊世界, 由此吸引更多的人关注这一自然现象。

海啸是指由大尺度的扰动(如水下地震、滑坡、火山爆发以及流星等)引发的海洋中的表面重力波。按传统观点, 海啸的 3 个阶段分别是产生、传播和泛滥。后 2 个阶段可以利用基于各种浅水体系的流体力学模型来模拟。目前, 在国际上常用的模型包括: TUNAMI(日本东北大学的用于海啸数值分析研究的模型)^[2, 3], MOST(海啸分解方法)^[4-6], 基于能量关系的非线性浅水模型(NLSW)的 SWAN 模型和基于完全非线性和色散 Boussinesq (NLB)方程的 Geowave 模型^[7, 8]。

本研究采用一维模型对海啸的传播与发展进行机理性研究。为了使研究结果在一定程度上反映实际海啸的传播规律, 本研究以如图 1 所示的从菲律宾到珠江口海啸可能的红线路径作为研究对象, 采用美国国家地球物理数据中心的海底地形数据, 得到如图 2 所示的一维地形数据。本研究假设在初始时刻, 菲律宾的马尼拉海沟附近发生地震。

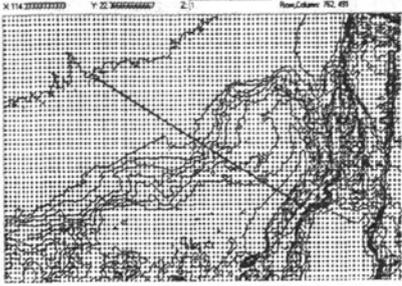


图1 南海海啸可能的传播路径

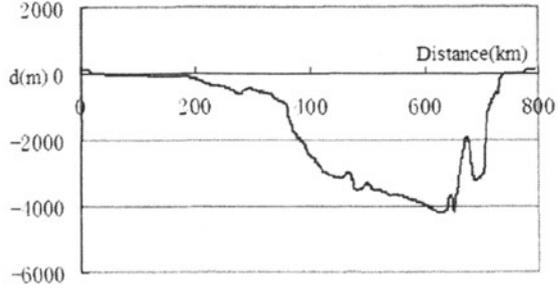


图2 一维问题的地形图(沿图1红线)

2 一维浅水方程和 Boussinesq 型方程

本研究采用的如下一维浅水方程

$$\eta_t + [(h + \eta)u]_x = 0 \quad (1)$$

$$u_t = -g\eta_x - uu_x \quad (2)$$

和如下一维改进型 Boussinesq 方程

$$\eta_t + [(h + \zeta)u]_x + [a_1 h^3 u_{xx} + a_2 h^2 (hu)_{xx}]_x = 0 \quad (3)$$

$$u_t + b_1 h \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b_2 \frac{\partial^2 (hu)}{\partial x^2} = -g\eta_x - uu_x \quad (4)$$

其中, $g = 9.81 \text{m/s}^2$, 常数 a_1 , a_2 , b_1 和 b_2 由下列式子给定:

$$a_1 = \frac{\beta^2}{2} - \frac{1}{6}; \quad a_2 = \beta + \frac{1}{2}; \quad b_1 = \frac{\beta^2}{2}; \quad b_2 = \beta = -0.531$$

3 高精度差分法^[9-12]

在对方程进行差分离散时, 所有空间方向的一阶导数都采用四阶精度的中心差表示, 二阶空间导数则采用二阶精度的中心差表示。对于三阶导数(例如 $\partial^3 \eta / \partial x^3$), 首先对一阶导数 ($\eta_x = \partial \eta / \partial x$) 使用一次四阶精度中心差分格式, 然后对二阶导数 ($\partial^2(\eta_x) / \partial x^2$) 使用二阶精度中心差分格式, 这样就可以得到二阶精度的格式。我们为了提高计算效率和精度, 沿

着网格的横向，用动量方程求解 u_i 。具体来说，首先，在 $n+1$ 时刻， η 和 u 的值可用 Adams-Bashforth 显格式(Wei and Kirby 1995^[13])从它们在 n , $n-1$ 和 $n-2$ 时刻的值求得。已知 η_i^{n+1} 和 u_i^{n+1} 后， η^{n+1} 和 u^{n+1} 可用四阶 Adams-Moulton 校正格式求得。

4 计算结果

地形数据的初始空间步长为 $dx = 1800$ m，通过线性插值可以得到更为细密的计算网格。图3至图7依次给出了 $dx=1800$ m、450 m、112.5 m、28.125 m、14.025 m 时浅水方程和 Boussinesq 型方程模型的计算结果。 $t = 1.5$ h 是海啸刚传至大陆架区域的时刻， $t = 2.8$ h 则为海啸在大陆架上已经充分发展的时刻。

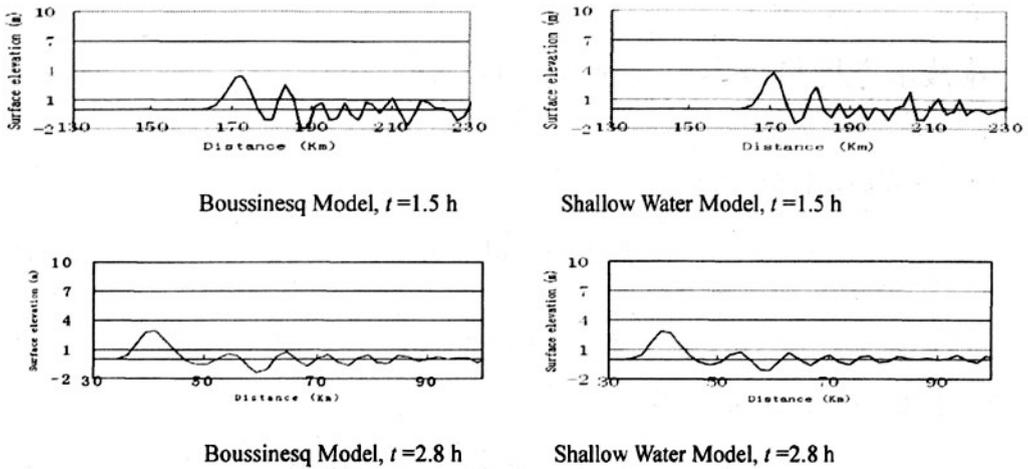


图3 海面高度随距离的变化曲线 ($dx=1800$ m)

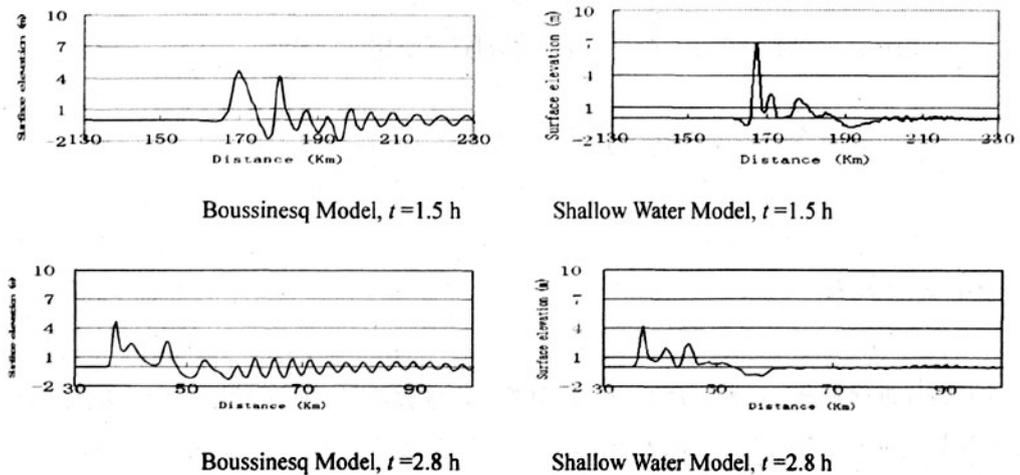
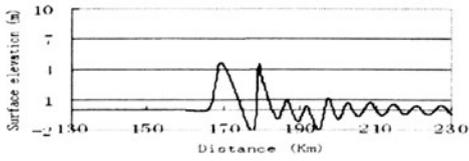
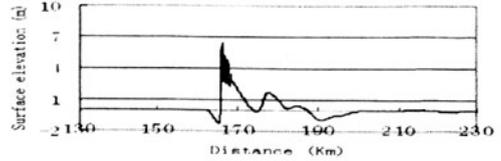


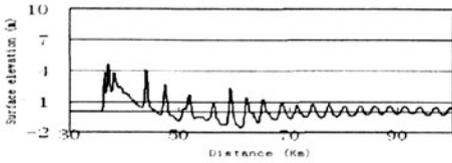
图4 海面高度随距离的变化曲线 ($dx=450$ m)



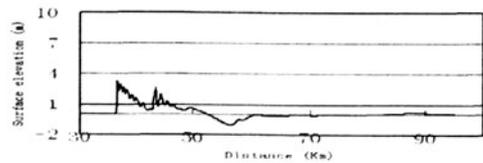
Boussinesq Model, $t=1.5$ h



Shallow Water Model, $t=1.5$ h

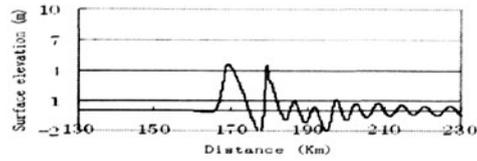


Boussinesq Model, $t=2.8$ h

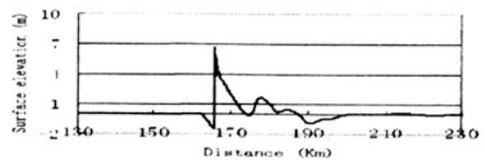


Shallow Water Model, $t=2.8$ h

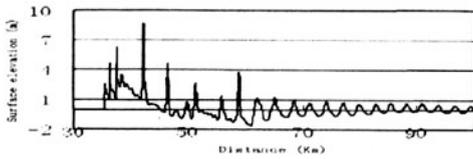
图 5 海面高度随距离的变化曲线 ($\Delta x=112.5$ m)



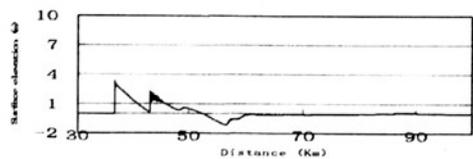
Boussinesq Model, $t=1.5$ h



Shallow Water Model, $t=1.5$ h



Boussinesq Model, $t=2.8$ h



Shallow Water Model, $t=2.8$ h

图 6 海面高度随距离的变化曲线 ($\Delta x=28.125$ m)

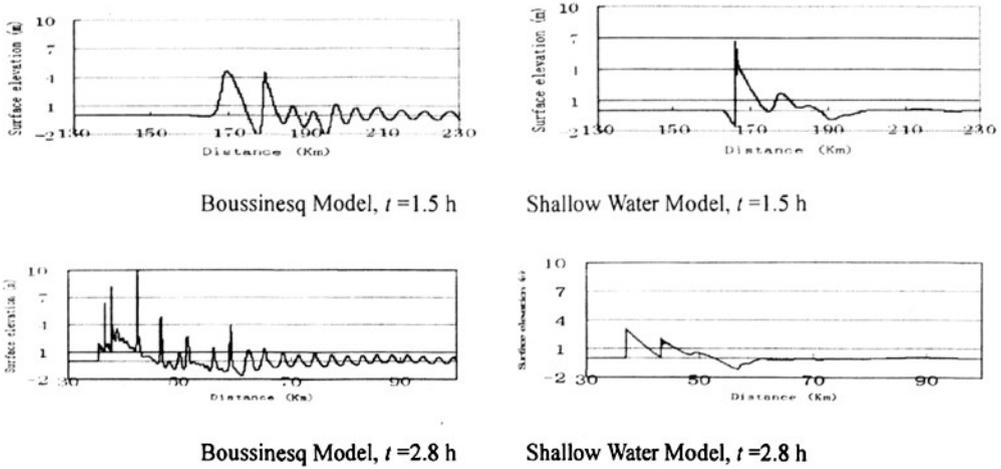


图 7 海面高度随距离的变化曲线 ($dx=14.0625\text{ m}$)

首先分析 $t=1.5\text{ h}$ 时刻的计算结果, 可以看到, 当计算网格较疏 ($dx=1800\text{ m}$) 时, 两种模型的模拟结果几乎完全相同。但当 dx 加密至 450 m 时, $t=1.5\text{ h}$ 时刻浅水方程得到最大波高比 Boussinesq 型方程大 46% , 而且两种模型得到的波形也有较明显的差异。当网格继续加密时, 浅水方程模型产生了数值振荡, 这会影响到计算结果的准确性; 而即使网格加密至 14.025 m , Boussinesq 方程模型的计算结果也有非常好的一致性, 这说明该模型有较强的可靠性。

对于 $t=2.8\text{ h}$ 时刻, 水深变浅, 数值模拟的难度变大。当 $dx=1800\text{ m}$ 时, 两种模型的结果仍无明显区别。当 $dx=450\text{ m}$ 时, 虽然波形差别不大, 但 Boussinesq 型方程可以刻画出的细部特征如尾波等在浅水模型中未能得到体现。这一现象随着网格的逐渐加密变得更为明显, 而且在浅水方程模型中仍存在数值振荡问题。

5 结论

当采用较为稀疏的网格时, 经典浅水方程和 Boussinesq 型方程模型对海啸传播的模拟结果基本没有任何区别。但当网格变密时, 两种模型的差异变大。由于目前对海啸传播的模拟仍有一部分基于浅水方程和较疏的网格 (如文献 [14]), 因此上述现象需要引起重视。

参 考 文 献

- 1 T Lay, H Kanamori, C J Ammon, et al. The Great Sumatra-Andaman Earthquake of 26 December 2004. Science, 2005(308):1127-1139.

- 2 C Goto, Y Ogawa, N Shuto, et al. Numerical Method of Tsunami Simulation with the Leap-Frog Scheme. IUGG/IOC Time Project: IOC Manuals and Guides, No. 35. UNESCO, 1997.
- 3 F. Imamura. Review of tsunami simulation with a finite difference method. Long Wave Runup Models, H. Yeh, P. Liu, and C. Synolakis, eds. World Scientific Publishing Co, 1996.25-42.
- 4 V V Titov, C E Synolakis. Modeling of Breaking and Nonbreaking Long-Wave Evolution and Runup Using VTCS-2. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering,1995(121): 308-316.
- 5 V V Titov, C E Synolakis. Numerical modeling of 3-D long wave runup using VTCS-3. Long Wave Runup Models, H. Yeh, P. Liu, and C. Synolakis, eds. World Scientific Publishing Co., 1996, 242-248.
- 6 V V Titov, C E Synolakis. Numerical modeling of tidal wave runup. Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, 1998(124):157-171.
- 7 P Watts, S T Grilli, J T Kirby, et al. Landslide tsunami case studies using a Boussinesq model and a fully nonlinear tsunami generation model. Natural Hazards and Earth System Science, 2003(3):391-402.
- 8 P Watts, M Ioualalen, S Grilli, et al. Numerical Simulation of the December 26, 2004 Indian Ocean Tsunami using a Higher-order Boussinesq Model. presented at Ocean Waves Measurement and Analysis, Fifth International Symposium WAVES 2005, Madrid, Spain, 2005.
- 9 Zhan J M, Li Y S, Wai, O W H. Numerical modeling of multi-directional irregular waves incorporating 2-D numerical wave absorber and subgrid turbulence[J]. Ocean Engineering, 2003, 30 (1): 23-46.
- 10 Li Y S, Zhan J M. Boussinesq-Type Model with Boundary-Fitted Coordinate System[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 2001, 127 (3): 152-160.
- 11 詹杰民, 李毓湘. 求解 Nwogu 扩展型 Boussinesq 方程的一种准确有效的方法[J]. 中山大学学报 (自然科学版). 2001, 40 (3): 5-9.
- 12 Zhan J M, Li Y S, Wai O W H. An Accurate Finite Difference Scheme for Boussinesq Equations[J]. International Journal of Computational Fluid Dynamics. 2004, 18 (5): 421-430.
- 13 Wei G, Kirby J T. Time-dependent Numerical Code for Extended Boussinesq Equations[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 1995, 121 (5): 251-261.
- 14 Zahibo N, E Pelinovsky, A C Yalciner, et al. The 1867 Virgin Island Tsunami, Natural Hazards and Earth System Sciences, 2003, 3: 367-376.

Comparison between Classical Shallow Water Equations and Boussinesq Type Equations on Numerical Simulation of Tsunami Propagation

Zhan Jie-min^{1,3}, Dong Zhi^{1,3}, Li Yok-sheung², Chau Kim-tim², WAI Wing-hong²

¹Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University

²Department of Civil & Structural Engineering, Hong Kong Polytechnic University

³Guangdong Province Key Laboratory of Coastal Ocean Engineering, Sun Yat-sen University

Abstract: Shallow water equations and Boussinesq type equations which can be both used to simulate the propagation of the tsunami are solved employing finite difference method with high-order accurate scheme, respectively. The alternate direction iterative method combined with an efficient predictor-corrector scheme is adopted. 1D models are used to study the applicability on tsunami propagation of the two sets of the equations. Simulation results indicate that the propagation in the deep sea can be simulated accurately by the classical shallow water equations, while the evolution of the tsunami in the near-shore zone is described more effectively by the Boussinesq type equations.

Key words: shallow water equations, Boussinesq type equations, tsunami propagation